

Dr. Csanády Viktória

A SÍK- ÉS HEGYVIDÉKI ERDEI FENYŐ FŐBB FIZIKAI
PARAMÉTEREI KAPCSOLATÁNAK
ÖSSZEHASONLÍTÁSA TÖBBVÁLTOZÓS
FÜGGVÉNNYEL

Doktori (PhD) értekezés

Témavezető:
Prof. Dr. Molnár Sándor D.Sc.
egyetemi tanár

Nyugat-Magyarországi Egyetem
Faipari Mérnöki Kar
Cziráki József Faanyagtudomány és Technológiák Doktori Iskola

2004

**A SÍK- ÉS HEGYVIDÉKI ERDEI FENYŐ FŐBB FIZIKAI
PARAMÉTEREI KAPCSOLATÁNAK
ÖSSZEHASONLÍTÁSA TÖBBVÁLTOZÓS FÜGGVÉNNYEL**

Értekezés doktori (PhD) fokozat elnyerése érdekében
a Nyugat-Magyarországi Egyetem
Cziráki József Faanyagtudomány és Technológiák Doktori Iskolája
.....*Faanyagtudomány FI*.....programjához tartozóan.

Írta:
.....*Dr. Csanády Viktória*.....

Témavezető: Dr. Molnár Sándor D.Sc. ...

Elfogadásra javaslom (igen/nem)

.....

A jelölt a doktori szigorlaton%-ot ért el,

Sopron,

.....
a Szigorlati Bizottság elnöke

Az értekezést bírálóként elfogadásra javaslom (igen/nem)

Első Bíráló (Dr.) igen/nem

.....

Második Bíráló (Dr.) igen/nem

.....

(Esetleg harmadik bíráló (Dr.) igen/nem

.....

A jelölt az értekezés nyilvános vitáján.....%-ot ért el
Sopron,

.....
a Bírálóbizottság elnöke

A doktori (PhD) oklevél minősítése

.....

Az EDT elnöke

Tartalomjegyzék	oldal
1. Bevezetés	5
1.1 Környezeti jellemzőink	5
1.2 Magyarország erdőszültsége, erdeink fafaj csoport megoszlása	6
1.3 Az erdei fenyő ipari felhasználásának lehetőségei	6
1.4 A síkvidéki és hegyvidéki erdei fenyő összehasonlításának vizsgálatai	7
1.5 A vizsgálatok céljai	8
1.6 A vizsgálat tervezete	8
1.7 A kapcsolódó irodalmak	9
2. A vizsgálat tárgya és módszere	11
2.1 Az erdei fenyő (<i>Pinus silvestris</i>)	11
2.2 A szükséges mérési adathalmazok és azok vizsgálatai	16
3. Az adatok kiértékelése	17
3.1 A kismintás elővizsgálat	17
3.1.1 A vizsgálat módszere	17
3.1.2 A kismintás elővizsgálat eredményei	18
3.2 A sík- és hegyvidéki erdei fenyő vizsgálata	26
3.2.1 A matematikai statisztikai vizsgálatok előkészítése	26
3.2.2 A nagyminták legfontosabb statisztikai jellemzői és ezek összehasonlítása	26
3.2.3 Egy fizikailag alkalmas többváltozós függvény kiválasztása és annak illesztése	36
3.2.4 A regressziós felület pontjainak geometriai elemzése	41
3.2.5 A regressziós modell illesztése és annak eredményei	43
4. A kutatási eredmények összefoglalása, hasznosíthatósága	65
4.1 A vizsgálatból levonható következtetések	65
4.1.1 A kismintás vizsgálat eredményeinek összefoglalása	65
4.1.2 A sík- és hegyvidéki erdei fenyő vizsgálatának eredményei	66
4.2 A vizsgálatokból kapott eredmények hasznosíthatósága	68
5. A további kutatási lehetőségek	69
6. A felhasznált illetve kapcsolódó irodalmak	70
Köszönetnyilvánítás	74
Függelék	75

1. Bevezetés

1.1 Környezeti jellemzőink

Az emberi civilizáció történetének egyik elmaradhatatlan kísérője a faanyag. Szinte felkínálja magát kézközelsége, könnyű megmunkálhatósága, sokrétű alkalmazhatósága és számos kedvező tulajdonsága miatt. A fát az irodalmakban általában felsorolt feldolgozó iparágak, mint a bútort-, épületasztalos ipar, magas-, és mélyépítés stb. mellett számos helyen felhasználják, illetve felhasználták, mégpedig nem is egyszer forradalmian új technikai találmányok alapanyagaként. Gondoljunk csak a hajózás történetére, a szárazföldi szállítóeszközök őskorára, vagy egyszerűen az egészen közönséges szerszámnyélre. Ezek egy része persze anyagában megváltozott, némelyik azonban mégiscsak fából készül még napjainkban is. Bár a XX. század rohamosan fejlődő világának egyik fő jellemzője a műanyagok óriási mértékű térhódítása, melyek, mint ismeretes számos kedvező tulajdonsággal rendelkeznek, valamint előállításuk nem ütközik akadályba, mégis napjainkban számos területen visszaszorulnak a természetes faanyaggal szemben. Ennek vélhetően egyik oka az, hogy a felhasználó a természetes, ember- és környezetbarát anyagokat keresi. Másik oka pedig tán abban rejlik, hogy kezdjük felismerni a növekvő környezeti problémát, melyet a megunt és már nem használt vagy egyszerűen kidobott műanyag eszközeink hegyei jelentenek. Nem szabad figyelmen kívül hagyni azt a tényt sem, hogy míg a tartósnak mondott faanyagaink is idővel leépülnek, részesévé válnak egy körfolyamatnak, addig a műanyagok esetén nem ez a helyzet, megsemmisítésük komoly feladat, s nem egyszer elkerülhetetlen környezeti kárral társul. Mindez persze nem jelenti azt, hogy a természetes faanyag valamiféle egyeduralmat hódít magának, hiszen mindig lesznek bőven olyan területek, melyek a szintetikus anyagokat használják. Ezen kívül a növekedő népesség, a fejlődő civilizáció jelentős erdőterület csökkenést okozott, így a faanyag újratermelhetősége, mely időfüggő, komoly károkat szenvedett. Mindezen tények figyelembevételére arra int, hogy a rendelkezésünkre álló, kitermelhető faanyagot a lehető legésszerűbben hasznosítsuk. Ennek feltétele és egyben előre vivője pedig az, hogy ismerjük az egyes termőhelyekről származó anyag főbb tulajdonságait. A faanyag lassú növekedése mellett még azt is figyelembe kell vennünk, hogy hazánk erdősültsége meglehetősen csekély, így a felvetett problémát még nagyobb odafigyeléssel kell kezelnünk.

1.2 Magyarország erdősültsége, erdeink fafaj csoport megoszlása

Az ország területének 19 százalékát borítja erdő, melynek további megoszlása lombos- 85, tűlevelű erdő pedig 15 százalék.⁽¹⁾ A fafaj csoport megosztásban a tölgy vezet a teljes erdőterület 21,9 százalékával, majd az akác követi 20,2 százalékkal, a harmadik helyen pedig a fenyő áll, a már említett 15 százalékkal. A fenyő erdők egyharmada síkvidéken, az Alföldön található, állományalkotói 98 százalékában az erdei- és feketefenyő. A fenyők ezen jelentős előfordulása a sík területeken az előző század közepén történő Alföld fásítás eredménye, mellyel a már hosszú távon fennálló fenyő hiányt próbálták ellensúlyozni, ami a történelmi Magyarország felosztása eredményeként jelentkezett. A síkvidéki ültetvények mára vágás érettségi korú erdőkké fejlődtek, együttes területük 100000 hektárra tehető, az évi kitermelés körülbelül 400-500 ezer m³. Ez a mennyiség szűkös fenyőkitermelésünk 1/3 részét sem adja, melynek oka abban keresendő, hogy nem őshonos, hanem telepített fafajról van szó, mely ugyan számára mostohább körülmények között is képes megélni, de csak bizonyos tulajdonságai rovására. Feltétlenül szükséges tehát a fafaj tulajdonságainak ismerete és azok összehasonlítása hegyvidékről származóval, annak érdekében, hogy a közel 1/3 mennyiség felhasználása célirányos legyen.

Itt kell megemlíteni, hogy a sík- és hegyvidéki megjelölés nem egészen szerencsés, mivel a tulajdonságok kialakulásában nem a csekély domborzati különbség, hanem sokkal inkább a termőhely és a klíma a legfontosabb befolyásoló tényező. Ezentúl azonban az egyszerűbb megnevezhetőség végett a kiskunsági homokos termőhelyű fa síkvidéki erdei fenyőként, az Alpokaljáról származó pedig hegyvidéki erdei fenyőként kerül említésre.

1.3 Az erdei fenyő ipari felhasználásának lehetőségei

A hegyvidéki erdei fenyő (őshonos hazánkban például Bakonyalja térségében, Fenyőfő környékén) rendkívül kedvező fizikai és mechanikai tulajdonságokkal rendelkezik. A fafaj tulajdonságai szempontjából a kedvező klíma, a kedvező termőhely, mint földrajzi adottság döntő, meghatározó tényezők. Ha ezen tényezők adottak, akkor az anyag felhasználása gazdaságilag kedvező⁽²⁻³⁾. Példaként említhető az északi országok tartós, nagy szilárdságú faanyaga, melyet faházépítésre is használnak⁽⁴⁾. Általában kimondható azonban, hogy keresett a bútorgyártásban és belsőépítészetben, felhasználásra kerül az épületasztalos iparban, magas- és mélyépítésben egyaránt. Ha az anyag tulajdonságai kedvezőtlenebbek - itt említhető a síkvidékről származó fenyő (gyenge talajminőség, kevés csapadékmennyiség) - akkor alárendeltebb célokra használják: raklapot, ládát készítenek belőle, illetve papír vagy rostfaként hasznosítják.

A fentiekből tehát kitűnik, hogy annak eldöntése, hogy mi is lesz a céltermék, gazdaságossági szempontból döntő feladat, s nem egyszerű, mert ehhez szükséges lenne a mindenkor minősítésre kerülő faanyag fizikai és mechanikai tulajdonságainak megbízható ismerete. Mivel

azonban ezen jellemzők értékei jelentős szórást mutatnak, így az is előfordulhat, hogy a minősítés rossz bevett szokás miatt bizonyos terület-orientált előítélettel történik, ami jelentős veszteségeket okozhat.

1.4 A síkvidéki és hegyvidéki erdei fenyő összehasonlításának vizsgálatai

A felhasználás szempontjából fontos a faanyag körültekintő vizsgálata, néhány fizikai és mechanikai tulajdonságának ismerete, valamint ezek változásának figyelembevétele, mely változás legtöbb esetben termőhely illetve klíma függő. Mivel fenyőerdeink 1/3 része síkvidéki, így az innét kitermelésre kerülő anyag összehasonlítása a hegyvidéken nőtt fával érdemlegesnek bizonyul. Az összehasonlítás során pedig célszerű vizsgálni mindkét anyag esetében a fizikai és mechanikai jellemzők kapcsolatát és ebben a kapcsolatban az egyes tényezők dominanciáját. Ez a vizsgálat azonban rendkívül összetett probléma. A faanyag szerkezeti alakulására számtalan tényező hatást gyakorol, és ezek véletlenszerű egybeesése szélsőséges értékeket eredményezhet. Így egyetlen fizikai jellemző vizsgálatánál is már találkozhatunk jelentős eltérésekkel, melyek azonban beleférnek az irodalmakban megadott tágas intervallumokba. Példaként említhető a sűrűség, melynek a megadott intervallum alsó határához rendelik általában a síkvidéki erdei fenyőt. Ismeretes tény azonban, hogy az erősen elgyantásodott faanyag itt is előfordul, mégpedig nagy sűrűségi és szilárdsági jellemzőkkel. Így érthető, hogy a fizikai, mechanikai jellemzők szórása jelentős mértékű. Statisztikailag megbízható eredményt csak nagy elemszámú minta adhat. Ennek figyelembevételével került sor a vizsgálati jellemzők kiválasztására, melyek: a sűrűség, mint univerzális anyagjellemző, a pásztaarány (korai/kései), mint az évgyűrű szerkezet fő jellemzője és a nyomószilárdság, mint a vizsgált faanyag egyik legfontosabb szilárdsági tulajdonsága.

A három jellemző összehasonlító vizsgálatára szükség van annak érdekében, hogy kimutathatóvá váljon a síkvidéki és hegyvidéki erdei fenyő közti szignifikáns eltérés. Ebből adódóan azonban elkerülhetetlen egy fizikai értelemben is alkalmas többváltozós függvény illesztése, $\sigma(\rho; K)$ változói kapcsolatban (σ : nyomószilárdság, ρ : sűrűség, K a pásztaarány). A függvény illesztés mindkét különböző származású fenyő esetén megtörténik és az eredmények így összevethetők. Továbbá elemezhető még a független változók hatása a függő változóra, illetve ezek domináns szerepe a függvénykapcsolatban.

Mіндеzen felsorolt vizsgálatot egy kismintás kísérlet előz meg, melynek tárgya a síkvidéki erdei fenyő fő szöveti részeinek – geszt, szijács és juvenilis fa - sűrűség - nyomószilárdság $\sigma(\rho)$ függvénykapcsolat újszerű és nem lineáris meghatározása.

1.5 A vizsgálatok céljai

A kismintás előkészítő vizsgálat célja annak a kimutatása, miszerint a sűrűség – nyomószilárdság kapcsolatában a szöveti részek között létezik eltérés. A kutatás fő vizsgálataiban pedig a sík és hegyvidéki erdei fenyő ipari felhasználásra alkalmas gesztjének sűrűségi, pásztaarányai és nyomószilárdsági értékei eltéréseinek bemutatása a cél. Ezen túlmenően az eddigi irodalmakban előforduló lineáris, illetve korábbi számítógépes lehetőségek által biztosított nem lineáris – és egyben a kapcsolatot kevésbé szorosan leíró, vagy inkább a tendenciát jellemző – függvény illesztése helyett egy nem lineáris, többváltozós függvény kellő pontosságú illesztése szerepel, mellyel jellemezhető a nyomószilárdság a sűrűség és pásztaarány függvényében.

Ugyanakkor a sík és hegyvidéki erdei fenyő adathalmazára illesztett többváltozós függvények együtthatóinak összehasonlítása lehetőséget biztosít a köztük lévő eltérések minősítésére. A független változók parciális korrelációjával rangsorolhatóvá válik befolyásuk a függő változóra. Ez útmutatóul szolgálhat arra nézve, hogy adott esetben egy makroszkopikus jellemző, nevezetesen a pásztaarány alapján történő megítélés esetlegesen hamis következtetések levonását eredményezheti.

1.6 A vizsgálat tervezete

A kísérlethez két különböző termőhelyről származó közel azonos korú erdei fenyő kerül felhasználásra a Kiskunsági Erdőgazdaság Rt. Bugaci erdészetéből, mely ezentúl mint a síkvidéki, valamint a Soproni Hegyvidéki erdészetből származó mint a hegyvidéki anyag kerül megnevezésre. A mintatörzsekből mellmagasság fölött 1 db 1,3 m hosszú törzszakaszból kerültek ki az előzetes vizsgálatokhoz a geszt, juvenilis, szíjács sorozatok, illetve a fő vizsgálat gesztből vételezett mintái. Az előzetes vizsgálat kis elemszámú mintákkal történik, csak a síkvidéki anyagra vonatkozóan. Az itt felhasználásra kerülő adatok nem a szerző által mért adatok, hanem egy korábbi mérés eredményei. Felhasználásukat az indokolta, hogy az előkészítő vizsgálat minél hamarabb megkezdődhessen. A fővizsgálat, a sík és hegyvidéki faanyag összehasonlítása, nagymintás elemzésekkel történik. Az itt felhasználásra kerülő adatok a szerző saját mérései. A próbatetek a szabványos előírások szerint kerülnek előkészítésre (MSZ 6786-3:1988 Faanyagvizsgálatok. Sűrűség meghatározása. MSZ 6786-8:1977 Faanyagvizsgálatok. Faanyagok rostirányú nyomószilárdságának meghatározása.), megfelelő klimatizálás mellett, 20mm x 20mm x 30mm sugár, húr illetve rostirányú méretben. A sűrűség meghatározásához elsőként a mintatestek geometriai adatai, majd a tömeg mért adata kerülnek rögzítésre, melyekből, mármint a geometriai adatokból a térfogat, illetve a későbbi rostirányú nyomószilárdság számításához szükséges keresztmetszet terület, (nyomott felület) is ismeretes. Ezen műveleteket követi a pásztaarány megadása, konkrétan a korai/kései pászta aránya. Ennek meghatározásához

mikroszkópos vizsgálatra van szükség. Végrehajtásakor mintatestenként sor kerül egy sugárirányú szakasz kijelölésére, mely mentén mérhetők az évgyűrűszélességek, valamint a kései pászták. Azért is az utóbbiak, mivel e határok élesebben elkülönülnek, így biztosabb eredményt szolgáltatnak. E mért adatok ismeretében már számítható a pásztaarány. A nyomószilárdsághoz már csak a nyomóerőre van szükség, melynek előállítása és mérése a szabványos előírásoknak megfelelően egy univerzális faanyagvizsgáló gép segítségével történik, majd a rostirányú nyomószilárdság már itt is megadható. A teljes adathalmaz birtokában kezdhető el a statisztikai elemzés, mely jelen esetben nemcsak a megszokott hagyományos mintastatisztikák összehasonlítására, a különböző próbákra, megbízhatósági intervallumokra épül, hanem nem hagyományos, ilyen formában eddigi irodalmakban még nem előforduló elemzésekre is, melyek a vizsgált jellemzők közti feltételezhető kapcsolatra illetve kapcsolatokra alapozhatók. Természetesen szerepelnek az új vizsgálati módszer eredményei mellett a hagyományos próbastatisztikák értékei. Az előzetes kismintás - $\sigma(\rho)$ - vizsgálatban a síkvidéki mintatörzsekből hat átlagtörzs a vizsgálat tárgya, (átlagtörzsenként háromszor 15-12 db közötti próbatesttel) amelyekből a geszt, szijács és juvenilis kisminta adataira fizikai szempontból is alkalmas függvény illesztésére kerül sor. Itt lehetőség nyílik arra, hogy az illesztett függvények együtthatóinak eltérései elemezhetőkké váljanak, és ezekből így megfelelő következtetések vonhatók le a fő szöveti részek anyagjellemzőinek vonatkozásában. Mind e mellett sor kerül a szokásos statisztikák számítására.

A fővizsgálatban a sík- és hegyvidéki erdei fenyő nagymintáinak (kétszer húsz átlagtörzs, törzsenként 10-10 db próbatesttel, összesen 200+200 db próbatest) összevetése alapelveiben megegyezik a kismintás elemzéssel. Itt azonban a lényeg egy fizikailag is értelmezhető többváltozós függvény - $\sigma(\rho; K)$ - meghatározása, mely statisztikailag is megbízhatónak mondható. Ez nem könnyű feladat. A függvény szisztematikus megkeresése ugyanis a megfelelő statisztikai program szokásos számítási lehetőségei mellett igényli a mindenkori szemléltető grafikus ábrát, mely térbeli ábra révén, segít az illesztendő függvény alakjának célirányos változtatásában. E nélkül a vizuális segítség nélkül a feladat megoldása még sokkal bonyolultabb. Az alkalmas függvény meghatározását itt is együtthatóinak összevetése követi a sík és hegyvidéki erdei fenyő vonatkozásában, szolgáltatva emellett a szokásos statisztikai jellemzőket. Végezetül a vizsgálat utolsó fázisaként táblázatba foglalva felsorolásra kerül mindazon adat, ami új tényként közölhető, illetve bemutatásra kerül a vizsgált jellemzők kapcsolatát legjobban követő többváltozós függvény.

1.7 A kapcsolódó irodalmak

Ha a dolgozat címének kulcsszavai közül a sík- illetve hegyvidéki erdei fenyőre koncentrálunk, akkor a kapcsolódó irodalmak száma rendkívül magas. A megfelelő szakcikkek skálája igen széles: a fenyő edénypórus méret számítása⁽⁵⁾, a göcsök hatása a faanyag hajlítószilárdságára, valamint ennek számítási modellje⁽⁶⁾, extrakt anyagok

eloszlása a *Pinus sylvestris* rönkben⁽⁷⁾, a faanyag nedvesség és a szijács – geszt arány hatása a telítő szer felvételre⁽⁸⁾, évgűrű szerkezet vizsgálat⁽⁹⁾ stb. Sorolható még számtalan cím, ami alátámasztja a fafaj fontosságát. Ha szűkítjük a témakört a fizikai és mechanikai tulajdonságok által, akkor is bővelkedünk irodalmakban, melyek közül itt az alapvetően, de nem rangsorolhatóan tán legfontosabbak: KOLLMAN, F.: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe⁽¹⁰⁾, BODIG, J.- JAYNE, B.A.: Mechanics of Wood and Wood Composites⁽¹¹⁾, MOLNÁR S.: Faanyag-ismeret⁽⁴⁾ szakkönyve. A kapcsolódó cikkek szerzői közül csak néhány nevét említem így: OGURCOV, V.V.⁽¹²⁾, ATROSENKO, O.A.⁽¹³⁾, POPKOV, M.J.⁽¹⁴⁾, KELLOGG R.M., IFJÚ G.⁽¹⁵⁾, LOW A.J.⁽¹⁶⁾, PESZLEN I.⁽¹⁷⁾, VARGA G. – PESZLEN I. – SZOJÁKNÉ T.K. – MÁTYÁS CS.⁽¹⁸⁾, GENCSI L.⁽¹⁹⁾. Az említett szakemberek közül például OGURCOV vizsgálta a faanyag mechanikai tulajdonságait befolyásoló tényezők korrelációját.

Tovább vizsgálódva megállapítható azonban, hogy a korrelációs és regressziós elemzések területén szemben az eddigiekkel, a teljes transzformációs tangens hiperbolikus függvényekkel kapcsolatban a téma vonatkozásában az irodalom szerény. Így például a nyomószilárdság és belső faanyagjellemzők⁽¹⁰⁾ közötti összefüggések az esetek jelentős részében egyváltozós függvényekre épülnek, többségében nem adják meg a kapcsolatot leíró összefüggést, hanem csak jelleggörbével demonstrálják azt. Az említett egyváltozós függvények a felhasználás túlnyomó többségében lineárisak vagy linearizáltak, kisebb hányaduk logaritmikus leképezés. Pontosán emiatt azonban az említett függvénytípusok fizikailag valójában nem értelmezhetők, szemben a szerző korábbi kutatásában⁽²⁰⁻²²⁾ előfordulókkal, ahol a célnak megfelelő fizikailag is jól értelmezhető függvények alkalmazására került sor, figyelembe véve az un. exponenciális törvényt⁽²³⁾.

Feltétlenül meg kell még említeni az ugyan nem erdei fenyőre, hanem károsodott lucfenyőre vonatkozó szakirodalmat, KUCERA, L.J. és BOSSHARD, H.H.⁽²⁴⁾: Holzeigenschaften geschädigter Fichten című könyvét, ami viszont útmutatóul szolgál a statisztikai kiértékelésekben, de még mindig egyváltozós regressziókkal dolgozik. A korrelációs vizsgálat vonatkozásában WIMMER, R.⁽²⁵⁾: Beziehungen zwischen Jahrringparametern und Rohdichte von Kiefernholz című cikke említendő. Ugyancsak a kapcsolódó irodalmakhoz tartozóan kell jegyezni a felhasznált statisztikai apparátust, ami az előzetes vizsgálat során a már irodalmakban felsorolt dolgozatra épül⁽²⁰⁾, valamint számos statisztikai szakirodalomra⁽²⁶⁻³⁸⁾. Ebben az esetben egy a változók kapcsolatát megfelelően leíró függvény illesztési programja kerül felhasználásra. A fő vizsgálat során pedig egy széleskörű, többváltozós függvények illesztésére is alkalmas, megfelelő grafikus reprezentálással bíró programcsomag (STATISTICA) került felhasználásra.

2. A vizsgálat tárgya és módszere

2.1 Az erdei fenyő (*Pinus silvestris*)

Elterjedése:

A közönséges erdei fenyő (*Pinus silvestris*) megtalálható csaknem egész Európában, a Földközi tengertől egészen északon a 70. szélességi fokig. Domborzatilag előfordul a közephegységekben és a síkvidéki homoktájakon egyaránt. Hazánkban Nyugat-, Dél-Dunántúlon, a Dunántúli-közephegységben őshonos, a Kis- és Nagyalföld meszes és savanyú homokjain telepített.

Termőhelyi igénye:

A termőhely szélsőségeivel szemben nagyon jól alkalmazkodó fafaj. Ennek köszönhető, hogy megél a kietlen kopáron illetve az Alföld száraz talaján csekélyebb hozadékkal, míg a csapadékban gazdag területeken erőteljes a növekedése. Legkedvezőbb talaja a barna erdőtalaj, de jól megfelel számára a savanyú podzolos barna erdőtalaj, melyen jól fejlődik.

Az élő fa jellemzői:

Kedvező termőhelyi adottságok esetén 30, ritkán 40 m magasságra is megnő, míg kedvezőtlen adottságok esetén 10-20 méternél nem magasabbak. Átmérője az előzőekben megadott adottságoktól függően 0,18-0,80 m közötti. Törzse rendszerint egyenes, ritkán villás, a szabadban álló egyedek viszont gyakran csavarodottak, vagy görbén nőnek. Kérge fiatalon világosbarna, idősebb korában erősen megvastagodott, és az alsó egy vagy kétharmadában, szürkésbarnára sötétül, durván cserepes, míg a felső részén narancssárga vagy rozsdavörös színű és vékony foszlányos. Tüi (3-4 cm) kettesével ülnek, virágai egyivarúak, egylakiak, termése (3-6 cm) hosszú toboz⁽³⁹⁾. (Lásd 1. ill. 2. kép, ill. 12. oldal képe.)



1. *Pinus silvestris*



2. *Pinus silvestris*



A faanyag makroszkópos leírása:

Szijácsa széles, világos, így jól elkülönül a vöröses barna gesztől, ami közel kétharmad részét adja az átmérőnek. A geszten belül elkülöníthető 13 – 15 évgűrű, ez a juvenilis fa a bél körül. Az évgűrű szerkezet jól felismerhető a markáns kései pászta révén. A pásztákra jellemző, hogy élesen elkülönülnek, a bélsugarak finomak.

Jellemzője továbbá, hogy a keresztmetszeten gyakoriak a szabad szemmel is látható gyantajáratok. Szöveti szempontból megállapítható, hogy a homoki ültetvények fája lazább és inhomogénebb struktúrájú⁽⁴⁰⁻⁴²⁾ (lásd 3.a. ill. 3.b. kép) mint a hegyvidékié.



3.a.) Síkvidéki minta próbatestek a fővizsgálathoz.



3.b.) Hegyvidéki minta próbatestek a fővizsgálathoz.

Műszaki jellemzők

Ismeretes, hogy minden fafaj saját termőhelyi- főként földrajzi optimumában fejleszti a számára optimális évgyűrűméretet és ezzel maximális sűrűséget nevel. Az erdei fenyő tulajdonságai nagy változékonyságot mutatnak, attól függően, hogy milyen termőhelyi adottságok hatottak rájuk⁽⁴³⁾. Az irodalom szerint⁽⁴⁾ az alábbiakban közölt értékek közül az alacsonyabbak fémjelezik a síkvidéki erdei fenyőt, a középértékek pedig a hegyvidékit. Megjegyzésre kerül azonban, hogy bizonyos tényezők, így például az erős elgyantásodás a faanyag egyes tulajdonságaiban döntő változásokat eredményezhetnek, így az ilyen faanyag nagy sűrűségi és szilárdsági jellemzőkkel bír.

Az alábbi táblázatokban (I.),(II.) megadjuk az irodalomból⁽⁴⁾ ismeretes jellemző értékeket a sűrűsége és az egyes szilárdságokra.

I. Táblázat

Az erdei fenyő sűrűségi értékei

Sűrűség típus	Alsó határ (kgm ⁻³)	Közepes érték (kgm ⁻³)	Felső határ (kgm ⁻³)
ρ_0	300	490	860
ρ_{12}	330	510	890
ρ_{nedves}	750	820	850

(ρ_0 az abszolút száraz faanyag sűrűsége;)

(ρ_{12} 12%-os nedvességtartalmú anyag sűrűsége;)

(ρ_{nedves} telített nedvességű anyag sűrűsége)

II. Táblázat

Az erdei fenyő fontosabb szilárdsági értékei

Szilárdsági jellemző	Alsó határ (MPa)	Közepes érték (MPa)	Felső határ (MPa)
Nyomószilárdság	35	55	94
Hajlítószilárdság	41	80	205
Húzószilárdság	35	104	196

Technológiai tulajdonságok:

A faanyag könnyen és gyorsan szárítható. Forgácsolási eljárásokkal kedvezően megmunkálható, gyalulása az anyag hasadása miatt kedvezőtlen. Rosszul faragható. A szijács könnyen impregnálható. Jól szögezhető és csavarozható, ragasztás esetén a gyantás felületek kezelendők. Adott esetekben a törzsekben kialakult gyantatások rontják az előzőekben felsorolt technológiai tulajdonságokat.

2.2 A szükséges mérési adathalmazok és azok vizsgálatai

A felhasználásra került faanyag származási helyei a Soproni Erdészet valamint a Bugaci Erdészet volt. Ebből adódóan a két anyag teljesen eltérő termőhelyi adottságokkal rendelkezett, mind a talaj minősége, az éghajlati adottságok, így hőmérséklet, csapadék mennyisége vonatkozásában, mind pedig az ültetési hálózatra nézve. Az elővizsgálatokhoz kisminták, míg a fővizsgálatokhoz egy-egy 200-200 elemű nagyminta került felhasználásra. A síkvidéki és a hegyvidéki erdei fenyő esetén is a mintatestek kialakítása az előírt szabványoknak megfelelően történt 20x20x30 mm méretekkel. Az elővizsgálathoz szabvány szerinti hat átlagtörzs került kiválasztásra a síkvidéki erdei fenyőből. Ennek során minden törzsből geszt, szijács és juvenilis sorozatok kerültek kialakításra, átlagban 15-12 db próbatesttel. Az alacsony elemszám itt gazdasági okokkal magyarázható, az elővizsgálatokhoz pedig nem volt szükség a nagyminták használatára. Az egyes próbatesteknél meghatározásra került a sűrűség, nyilvánvalóan az ehhez szükséges tömeg és térfogati adatokból. Első lépésben 12%-os nedvesség tartalom mellett - biztosítva ezt exikátoros tárolással - a tömeg mérésére került sor egy PG5002-S Deta Range METTLER TOLEDO digitális gyorsmérleggel. Ezután történt a geometriai méretek felvétele digitális tolómércével, majd az anyag ismét szárítószekrénybe került a tömeg visszamérés érdekében. A 12%-os nedvességre beállt anyag nyomószilárdságának számításához a szükséges nyomóerő mérése egy FPZ100 típusú anyagvizsgáló géppel történt. Így a kismintás vizsgálat adathalmazai készen álltak a további elemzésekre, hiszen a sűrűség és a nyomószilárdság már számíthatóvá vált a tömeg/térfogat valamint nyomóerő/nyomott keresztmetszet hányadosaiból. (A kisminták adatai nem a szerző mérései.) A fővizsgálat két 200 elemű nagymintája esetén is a sűrűség és a nyomószilárdság meghatározása az előzőekben ismertetettek szerint történt (a szerző saját mérései), annyi bővítéssel, hogy ezeknél a mintáknál szükség volt még a pásztaarány meghatározására is. A pásztaarány számításához egy a mintatestenként sugárirányban felvett szakasz mentén átlagosan 4-5 évgűrűszélesség mérésre került sor, illetve ezen évgűrűk kései pásztáinak mérésére, melyhez egy Leitz – Wetzlar mikroszkóp lett felhasználva. Próbatestenként megtörtént az évgűrűszélesség illetve kései pászta adatainak átlagolása, majd pedig e két adat ismeretében már számítható volt a pásztaarány (korai pászta/kései pászta). Ezzel rendelkezésre állt a két nagyminta 200-200 mért adathármassal a sűrűség és pásztaarány mint független változó, a nyomószilárdság mint függőváltozó vonatkozásában. (A végadatok összes száma 1200.)

A nagy mennyiségű adatra való tekintettel külön táblázatokban a dolgozat függelékében megtalálhatók az elővizsgálatok (1-3. számú mellékletek), valamint a fővizsgálat 200-200 elemű adathalmazai (4-5. számú melléklet).

3. Az adatok kiértékelése

3.1. A kismintás elővizsgálat

3.1.1 A vizsgálat módszere

A vizsgálat célja annak igazolása, hogy a sűrűség – nyomószilárdság kapcsolatában jelentős eltérések mutatkoznak a fő szöveti részek, geszt – szijács – juvenilis fa anyagai között. Mindhárom fő szöveti részre vonatkozóan a sűrűség – nyomószilárdság kapcsolatának vizsgálatára egy alkalmas regressziós modell igénye merült fel. Egy olyané, mely kövesse a lehetőségekhez mérten jól a mérési adatok pontthalmazát, akár a rönkönkénti geszt, szijács és juvenilis kisminták esetén, akár pedig a három fő szöveti részre már, a hat rönkből egyesített nagymintákra nézve is. Jellemezze továbbá a függvényt aszimptotikussága, korlátossága, ami révén a függő változó értékei, jelen esetben a nyomószilárdság még fizikailag értelmezhető határok között marad. Fontos továbbá, hogy rendelkezzen a függvény egy olyan jellegzetes ponttal, melynek koordinátái, mint speciális átlagértékek összevethetők az egyes illesztések során. A felsorolt igények végett elutasítható a gyakorlatban eddig előforduló lineáris függvény illesztése, és a még ritkábban alkalmazott polinomiális függvényeké, melyek valójában fizikailag sem jellemzik a két változó, nevezetesen a sűrűség és nyomószilárdság kapcsolatát helyesen, bár lehet, hogy ezen esetekben csak tisztán statisztikai szemszögből nézve szoros korreláció mutatható ki a változók között, sőt bizonyítható a regressziós modell helyessége. Mérlegelve ezen tényeket tehát keresni kellett egy olyan fizikailag is és statisztikailag is alkalmas függvényt, amely az említett feltételeknek eleget tesz. Ennek értelmében kedvezőnek bizonyult az alábbi modell:

$$\hat{y} = a \cdot \frac{e^{d(x-b)} - e^{d(-x+b)}}{e^{d(x-b)} + e^{d(-x+b)}} + c.$$

Rövidebb formátumban:

$$\hat{y} = a \cdot th(d(x-b)) + c.$$

Ahol szemléletesen a , a függvény függőleges nyújtása, b a vízszintes eltolás mértéke, c a függőleges eltolás mértéke, d a függvény vízszintes nyújtása.

A függvény inflexiós pontja (azaz a speciális átlagérték) $P(b;c)$, alkalmasnak bizonyul a pontthalmazok jellemzésére. A kiválasztott modell illesztése minden egyes rönk esetén megtörtént a három fő szöveti rész adataira külön-külön, majd pedig a hat rönk fő szöveti részenként egyesített adathalmazaira is.

3.1.2 A kismintás elővizsgálat eredményei

A regressziós modell tehát:

$$\hat{\sigma} = a \cdot th(d(\rho - b)) + c.$$

Ahol σ a nyomószilárdság, ρ a sűrűség, $(b; c)$ az inflexiós pont koordinátái, a illetve d alakparaméterek, a 3.1.1 pontban említetteknek megfelelően.

A regressziós eljárás végrehajtásánál természetesen sem a d vagy a többi paraméter valamelyikének az elhagyását nem alkalmazhatjuk, ha matematikailag helyesen akarunk eljárni, azaz a függvény görbáját be akarjuk illeszteni – képletesen fogalmazva be akarjuk simítani – a ponthalmaz közé.

A számítások eredményei az III. táblázatban találhatóak. EF1, EF2, ... EF6 jelölik az egyes rönköket. EF_{átlag} az előző hat rönk adataiból képzett átlagértékek. (EF: erdei fenyő)

A táblázatban használt további jelek magyarázata a következő:

- a ~ a nyomószilárdság terjedelmének fele,
mértékegység: MPa
- b ~ a sűrűség az inflexiós pontban,
mértékegység: kgm^{-3}
- c ~ a nyomószilárdság az inflexiós pontban,
mértékegység: MPa
- $c-a$ ~ a nyomószilárdság minimuma,
mértékegység: MPa
- $c+a$ ~ a nyomószilárdság maximuma,
mértékegység: MPa
- c/b ~ viszonyszám,
mértékegység: $\text{MPa}/\text{kgm}^{-3}$
- d ~ vízszintes nyújtási tényező
mértékegysége: kg^{-1}m^3
- M_{er} ~ az inflexiós pontba húzott érintő meredeksége,
mértékegység: $\text{MPa}/\text{kgm}^{-3}$
- Δb ~ a sűrűség terjedelme,
mértékegység: kgm^{-3}

Megjegyzés: A Δb értékének számításánál a kapott függvény felhasználásával a nyomószilárdság maximumánál $(c+a)$ 5%-kal kisebb nyomószilárdsági értékhez tartozó sűrűségből kivonást nyert a nyomószilárdság minimumánál $(c-a)$ 5%-kal nagyobb nyomószilárdsági értékhez tartozó sűrűségi érték. Az 5%-os módosítást a függvény aszimptotikussága indokolja.

- G ~ geszt,
- S ~ szijács,
- J ~ juvenilis rész.

III. Táblázat

A kismintás elővizsgálat eredményei rönkönként

Rönk	Szöveti részek	a MPa	b kgm ⁻³	c MPa	c-a MPa	c+a MPa	c/b MPa/kgm ⁻³	Mer MPa/kgm ⁻³	Δ b kgm ⁻³	d kg ⁻¹ m ³
EF1	G	5,51	463,5	37,74	32,23	43,25	0,08142	0,1896	70	0,0344
	S	6,09	526,7	50,74	44,65	56,83	0,09634	0,4967	39	0,0816
	J	7,46	499,1	51,20	43,74	58,66	0,10258	0,3283	144	0,0440
EF2	G	4,03	477,2	37,29	33,26	41,32	0,07814	0,1772	76	0,0440
	S	7,37	549,2	49,84	42,47	57,21	0,09075	0,7021	24	0,0953
	J	4,51	512,0	49,81	45,30	54,32	0,09729	0,1552	90	0,0344
EF3	G	7,72	455,8	32,73	25,01	40,45	0,07181	0,2655	63	0,0344
	S	8,63	561,7	55,94	47,31	64,57	0,09959	0,4211	55	0,0488
	J	8,37	500,9	48,79	40,42	57,16	0,09740	0,2066	146	0,0247
EF4	G	4,46	477,8	37,16	32,70	41,62	0,07777	0,1965	85	0,0440
	S	8,86	536,3	54,45	45,59	63,31	0,10153	0,2187	69	0,0247
	J	4,11	482,7	45,55	41,44	49,66	0,09436	0,1016	87	0,0247
EF5	G	5,59	499,5	37,06	31,47	42,65	0,07419	0,1380	72	0,0247
	S	8,87	541,3	48,29	39,42	57,16	0,08921	0,3052	70	0,0344
	J	12,9	499,3	41,31	28,41	54,21	0,08273	0,1921	92	0,0149
EF6	G	4,95	493,8	38,64	33,69	43,59	0,07825	0,2179	63	0,0440
	S	8,87	545,5	58,42	49,55	67,29	0,10709	0,2191	75	0,0247
	J	8,42	485,3	46,92	38,50	55,34	0,09668	0,2078	91	0,0247
EF_{átlag}	G	5,37	477,9	36,77	31,39	42,15	0,07693	0,1974	71,5	0,0376
	S	8,11	543,4	52,95	44,83	61,06	0,09742	0,3938	55,3	0,0516
	J	7,63	496,5	47,26	39,63	54,89	0,09517	0,1986	108,3	0,0279

Az III. táblázatban feltüntetett eredmények számtalan következtetésre adnak lehetőséget, melyek statisztikai vizsgálatokkal alátámaszthatók. A regressziós függvény, nevezetesen a tangens hiperbolikus egyik sarkalatos jellemzője az inflexiós pontja. Ennek koordinátái a táblázatban b , c -vel jelöltek, az első koordináta a sűrűsége a második a nyomószilárdságra ad értéket. A rönkönkénti adatoknál is feltűnően különbözik a gesztre, szijácsra illetve juvenilis fára vonatkozó érték. A hat rönk illesztési eredményeiből, nevezetesen az inflexiós pontok koordinátáiból a gesztre szijácsra és juvenilis fára, átlagolva lett a sűrűség és a nyomószilárdság. A minta kicsi elemszáma ellenére ($n=6$) a számított átlagok összevethetők. A kétmintás t -próbákat F -próbák előzték meg, melyek szerint a geszt-szijács, geszt-juvenilis fa, szijács-juvenilis fa összehasonlításokban a szórásnégyzetek nem mutattak szignifikáns eltérést, így egyenlőknek tekinthetők. Ez a tény meghatározó a további t -próbák képleteinek kiválasztása során. A kétmintás t -próbák eredménye viszont szemben az F -próbákéval, mindhárom esetben, így geszt-szijács, geszt-juvenilis fa, szijács-juvenilis fa, szignifikáns eltérést mutattak. Ez alátámasztja azt a feltételezést, hogy valóban jelentős az eltérés - a vizsgált fizikai, mechanikai jellemzőkre nézve - a fa egyes szöveti részei között. A próbák eredményei a IV. táblázatban találhatóak. Tekintettel arra, hogy a kismintás elővizsgálat elsődleges célja alapvetően a $\hat{\sigma} = a \cdot th(d(\rho - b)) + c$ függvény tesztelése volt, nem látszott annak feltétlen szükségessége, hogy a jelen esetben teljes részletességű szokványos klasszikus statisztikai elemzés történjen, hiszen nem a címben szereplő többváltozós függvényről van szó.

IV. Táblázat

A statisztikai összehasonlító vizsgálat próbáinak számított értékei.

A sűrűségi értékek esetén:		
	F számított	t számított
geszt – szijács	2,004	7,786
geszt – juvenilis fa	2,402	2,275
szijács – juvenilis fa	1,199	7,134
A nyomószilárdsági értékek esetén:		
	F számított	t számított
geszt – szijács	3,64	8,934
geszt – juvenilis fa	1,23	6,273
szijács – juvenilis fa	2,95	2,635

A próbák számított értékei az $F_{kritikus}$ és $t_{kritikus}$ $\alpha=5\%$ -on vett értékeivel lettek összevetve. Ismeretes, hogy amennyiben a számított érték meghaladja a kritikus értéket akkor az eltérés a két összevetett érték között szignifikáns. Az eltérés számottevő, és különösen feltűnően magas a t -próba esetén a geszt – szijács vonzatában mind a sűrűségnél, mind pedig nyomószilárdságnál. A geszt – juvenilis fa, valamint a szijács – juvenilis fa összehasonlításában az

értékek kisebbek ugyan, de még mindig meghaladják a kritikus t -t. Különösen eltérők azonban a geszt – juvenilis fa sűrűségi, valamint a szijács – juvenilis fa nyomószilárdsági vizsgálatának eredményei. Mindez azonban magyarázható a szöveti részek eltérő szerkezetével, illetve ki nem alakult érett faanyag stabilitásával. A végleges következtetés tehát az, hogy jelentős az eltérés az említett szöveti részek között a sűrűség és nyomószilárdság vonatkozásában az inflexiós pontban.

Az III. táblázatban a hat rönk három szöveti részéből származó adatokra vonatkozó regressziók eredményei kerültek közlésre, a számítások viszont a hat rönk adataiból fő szöveti részenként egyesített nagymintákon is el lettek végezve. A V. táblázatban az egyesített adatbázisokra számított regressziós együtthatók találhatók. A regressziós függvény most is az előzőeknek megfelelően

$$\hat{\sigma} = a \cdot th(d(\rho - b)) + c.$$

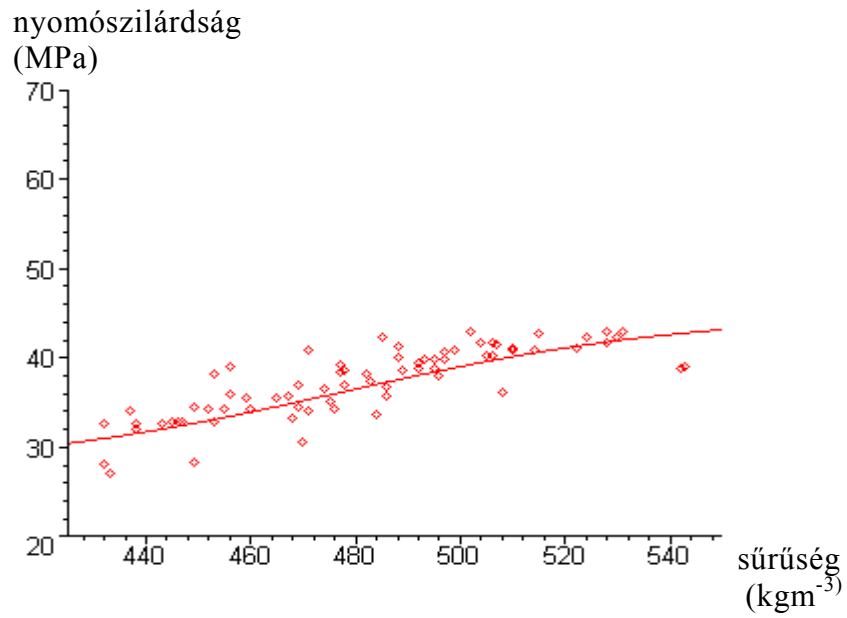
V. Táblázat

Az egyesített nagymintás regressziók adatai.

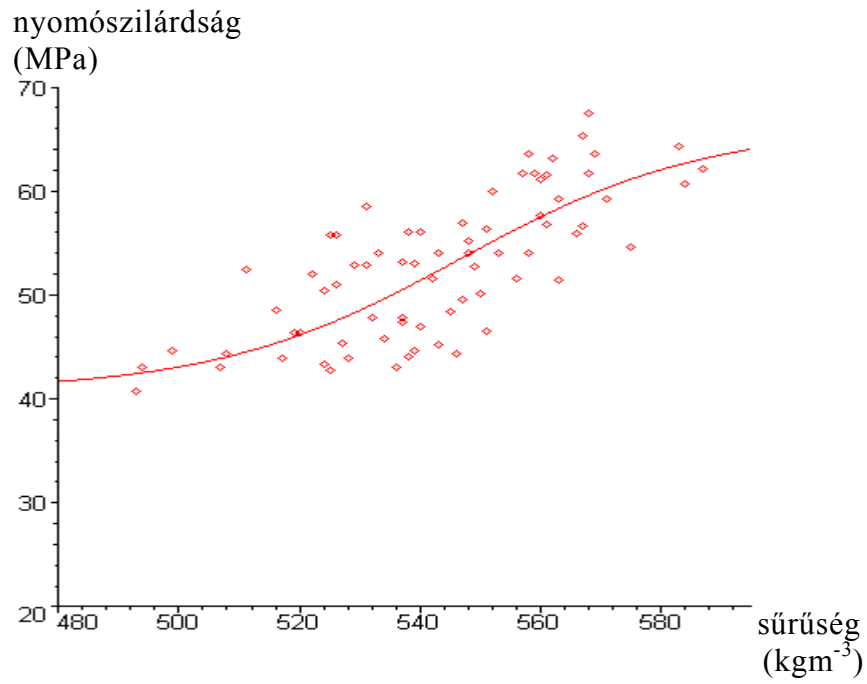
	<i>a</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>d</i>	mer
EF_{geszt}	8,793	477,5	36,199	0,0149	0,1309
EF_{szijács}	12,687	546,6	53,457	0,0247	0,3133
EF_{juvenilis}	12,397	494,4	46,283	0,0149	0,1846

A szemléletesség kedvéért az alábbiakban bemutatásra kerül a három egyesített pontthalmaz az illesztett függvényekkel.

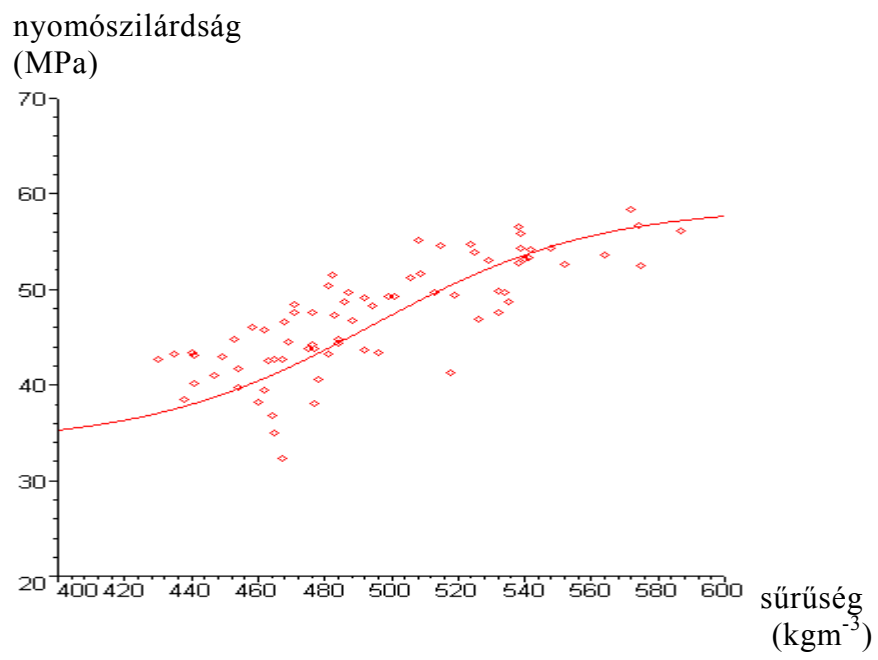
I. Ábra.
Erdei fenyő geszt.



II. Ábra.
Erdei fenyő szijács.



II. Ábra.
Erdei fenyő juvenilis fa.



A regressziókhöz tartozó korrelációs együtthatók értékeit a VI. táblázat tartalmazza.

VI. Táblázat
A korrelációs együtthatók értékei.

		R
EF1	G	0,9186
	S	0,9603
	J	0,9663
EF2	G	0,9768
	S	0,9473
	J	0,9503
EF3	G	0,9221
	S	0,9768
	J	0,9721
EF4	G	0,9845
	S	0,8778
	J	0,8480
EF5	G	0,7909
	S	0,8993
	J	0,8718
EF6	G	0,9691
	S	0,8734
	J	0,7770
EF_{summa}	G	0,8056
	S	0,7486
	J	0,7571

VII. Táblázat
Az r értékek összevetése.

	Geszt	Szijács	Juvenilis fa
r_{maximum} a hat rönk közül	0,9845	0,9768	0,9721
r_{minimum} a hat rönk közül	0,7909	0,8734	0,7770
r_{summa} a hat rönk együttes adataiból	0,8056	0,7486	0,7571

Az r értékek áttekintése során megállapítható, hogy a geszt esetében a hat rönk együttes adataira történő illesztésnél az érték a maximum és minimum közé esik, míg a szijács és juvenilis fánál ez nem történik meg az r_{summa} jóval a minimum értéke alatt van. Ez utóbbi tény arra utal, hogy az adatokban az ingadozás jelentősebb. Ennek ellenére kimondható, hogy az irodalmakban fellelhető értékekhez képest a legkisebb 0,7486-as r is megfelelően szoros illeszkedésre utal.

Mivel a kisminták alkalmazása mindig magában rejt bizonytalanságokat, ezért érdemes összehasonlítani ezek átlag adatait a nagymintás kísérlet adataival. Az alábbi táblázatban a regressziós függvényből kikövetkeztethető inflexiós pont koordináták kerülnek bemutatásra.

VIII. Táblázat

Az inflexiós koordináták összehasonlítása

		Geszt	Szijács	Juvenilis fa
A hat rönk illesztéseinek átlaga:	\bar{b}	477,9	543,4	496,5
	\bar{c}	36,77	52,95	47,26
Az egyesített nagyminta illesztéséből:	b	477,5	546,6	494,4
	c	36,20	53,46	46,28
	$\frac{\bar{b} - b}{b} \%$	0,08	-0,59	0,42
	$\frac{\bar{c} - c}{c} \%$	1,57	0,95	2,11

A VIII. táblázatból kitűnik, hogy a rönkönkénti illesztések modelljeinek inflexiós pont koordinátáiból képzett átlagok alig térnek el a nagymintákra illesztett függvények inflexiós pontjának koordinátáitól. Ez megbízhatóságra utal, ugyanakkor viszont megmutatkozik a már korábban tárgyalt és statisztikailag is bizonyított jelentős eltérés a geszt, szijács és juvenilis fa vonzatában. Mind a sűrűség, mind pedig a nyomószilárdság értékei a szijács és juvenilis fa esetében magasabbak mint a gesztnél, de viszont a ponthalmazok ugyanott jelentősebb szórást mutatnak. Természetesen nem várható el az, hogy az inflexiós pont sűrűségi és nyomószilárdsági értékei azonosak legyenek a vizsgált anyagra megadott sűrűség és nyomószilárdsági értékekkel.

A kismintás elővizsgálatok eredményeiből röviden a következőket lehet összefoglalni: Az illesztett függvény feltehetően nemcsak hogy jól leírja illetve követi a sűrűség függvényében változó nyomószilárdságot megfelelő illeszkedés mellett, hanem ugyanakkor rendelkezik egy olyan jellegzetes ponttal, nevezetesen az inflexiós pontjával, melynek koordinátái mint egyfajta átlagértékek összehasonlíthatók, és velük a három szöveti rész különbözősége

kimutatható. A függvény típusa útmutatóul szolgál a későbbiekben ismertetésre kerülő fővizsgálatnál. A fő szöveti részek eltérése, illetve a szijács - juvenilis fa esetén mutatkozó labilitás azt indokolja, hogy mind a fővizsgálat során, mind pedig a felhasználás szempontjából célszerű ezek elemzésének elhagyása, a figyelem és az értékeléshez szükséges mérések tömege az érett gesztre irányítandó.

3.2 A sík- és hegyvidéki erdei fenyő vizsgálata

3.2.1 A matematikai statisztikai vizsgálatok előkészítése

A vizsgálat tárgyát a bugaci síkvidéki illetve a soproni hegyvidéki erdei fenyő adta. A vizsgálat megbízhatóságának érdekében mindkét eltérő származás helyű anyagnál csakis a nagymintás kísérlet jöhetett szóba. Ennek megfelelően a nagyminták mindegyikét 200-200 próbatest adatai szolgáltatják, mely próbatestek az ipari felhasználás szempontjából nagy fontosságú érett gesztből lettek vételezve. A próbatestek szabványos kialakítása után a 2.2. fejezetben leírtaknak megfelelően került sor a mérésekre, mégpedig a tömeg, geometriai méretek, pászta szélességek, valamint a nyomóerő vonatkozásában. Az így megkapott mérési adatokból próbatestenként lett számítva a vizsgálathoz szükséges fizikai, mechanikai jellemző, nevezetesen a sűrűség a pásztaarány és nyomószilárdság. (Valamennyi adat teljes részletességgel a „Függelék”-ben található.)

3.2.2 A nagyminták legfontosabb statisztikai jellemzői és ezek összehasonlítása

Mind a síkvidéki, mind pedig a hegyvidéki erdei fenyő nagymintáinak legfontosabb illetve legáltalánosabb statisztikai jellemzőit tartalmazza a IX. táblázat. (A táblázatban a szokványos jelölésnek megfelelően a sűrűség ρ -val kgm^{-3} dimenzióban, a nyomószilárdság σ -val MPa-ban, a pásztaarány K-val jelölve dimenzió nélküli viszonyzámként került megadásra.)

IX. Táblázat
A nagyminták statisztikai jellemzői

Fafaj	n	Statisztikai Jellemző	ρ_{12}	σ_{12}	K
Erdei fenyő (Bugac)	200	Minimum	490,876	47,576	1,068
		Maximum	644,003	65,069	4,250
		Átlag	578,363	58,164	2,474
		Szórás	29,657	3,374	0,574
		Variációs koefficiens %	5,128	5,800	23,201
Erdei fenyő (Sopron)	200	Minimum	425,877	41,873	2,103
		Maximum	559,207	59,920	6,545
		Átlag	504,629	51,381	4,145
		Szórás	33,845	4,323	0,889
		Variációs koefficiens %	6,707	8,414	21,447

(ρ_{12} ill. σ_{12} 12%-os nedvességtartalomhoz tartozó adatok)

A IX. táblázat adataiból már kitűnik, hogy jelentős eltérés mutatkozik a két különböző származási helyű anyag tulajdonságaiban. Az egyes nagyminták esetén külön-külön mindegyik jellemzőre elvégezhető a hagyományos statisztikai vizsgálatok, így konfidencia intervallumokat lehet számítani a várható értékekre.

A vizsgálat eredményei a következők:

Síkvidéki erdei fenyő (Bugac):

$$P(574,9 \text{ kgm}^{-3} \leq E(\rho) < 581,823 \text{ kgm}^{-3}) = 0,90$$

$$P(57,77 \text{ MPa} \leq E(\sigma) < 58,558 \text{ MPa}) = 0,90$$

$$P(2,41 \leq E(K) < 2,538) = 0,90$$

Hegyvidéki erdei fenyő (Sopron):

$$P(500,68 \text{ kgm}^{-3} \leq E(\rho) < 508,578 \text{ kgm}^{-3}) = 0,90$$

$$P(50,877 \text{ MPa} \leq E(\sigma) < 51,885 \text{ MPa}) = 0,90$$

$$P(4,041 \leq E(K) < 4,249) = 0,90$$

A konfidencia intervallumok határaiban a két különböző anyag itt is eltérést mutat, ami természetesen a már említett IX. táblázat adatainak eltéréseiből adódik, hiszen ezen értékek szolgáltatják a számítás bázis adatait.

A sűrűség, nyomószilárdság és pásztaarány adataiban fellelhető eltérést az alábbi próbák is igazolják. A számítások során mindhárom jellemző esetén összevetésre került a sík és hegyvidéki anyag várható értékeinek egyenlősége, melyet megelőzőtt egy ehhez szükséges mindenkori F-próba a szórásnégyzetek hányadosának vizsgálatára.

A számított próbák eredményeit tartalmazza a X. táblázat, a három vizsgált jellemző vonatkozásában.

X. Táblázat

A sík és hegyvidéki erdei fenyő összehasonlító vizsgálatának eredményei

Nullhipotézis	F _{számított}	A próba eredménye (5%-on)	Nullhipotézis	Z _{számított}	A próba eredménye (5%-on)
$D^2(\rho_s)=D^2(\rho_h)$	1,302	H ₀ elfogadva	$E(\rho_s)=E(\rho_h)$	-23,172	szignifikáns eltérés
$D^2(\sigma_s)=D^2(\sigma_h)$	1,640	H ₀ elfogadva	$E(\sigma_s)=E(\sigma_h)$	-17,480	szignifikáns eltérés
$D^2(K_s)=D^2(K_h)$	2,398	szignifikáns eltérés	$E(K_s)=E(K_h)$	22,340	szignifikáns eltérés

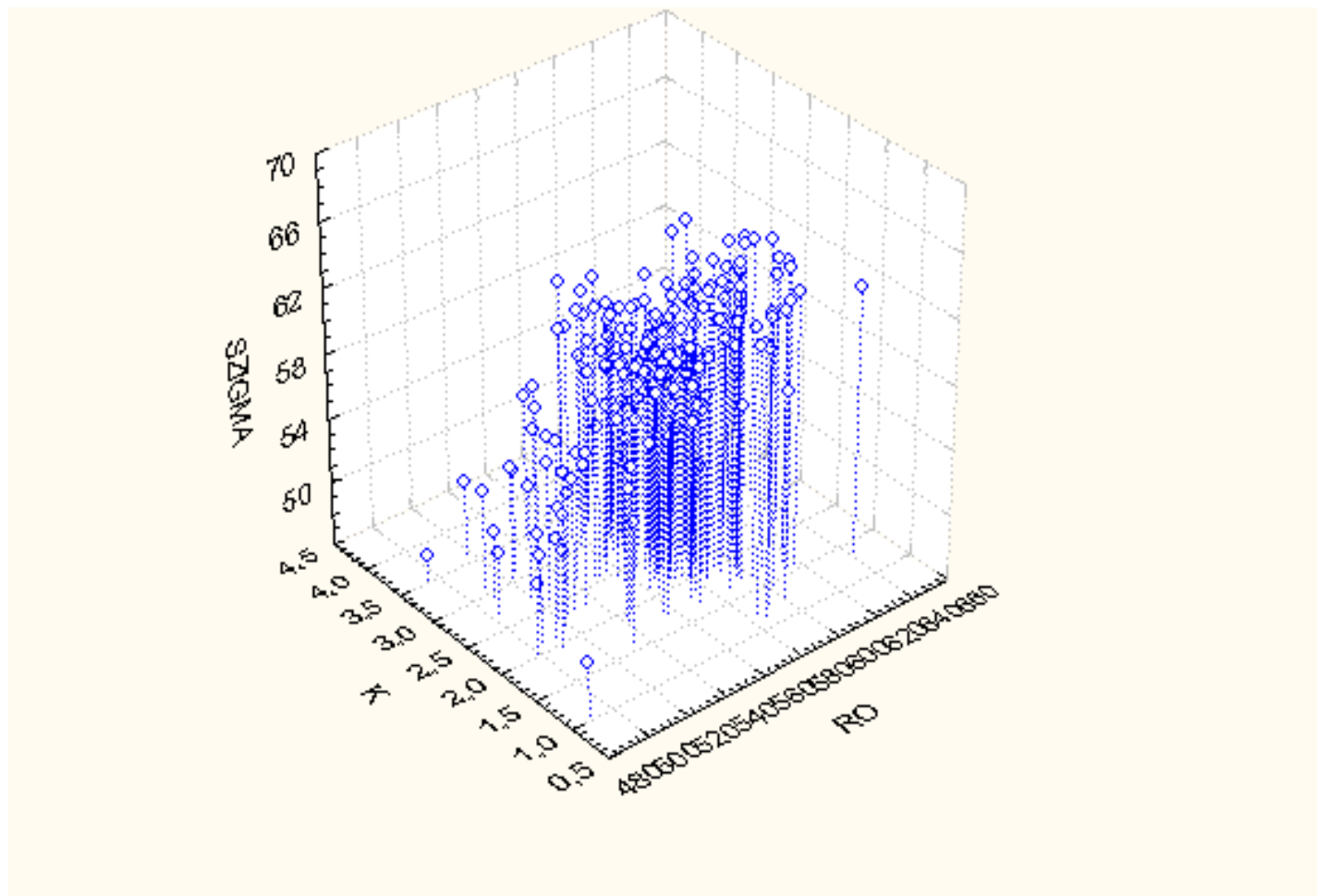
(A szabadságfokokat a minták nagysága, mindkét esetben n=200 határozza meg.)

A fenti eredmények elemzése során kimondhatók a következők:

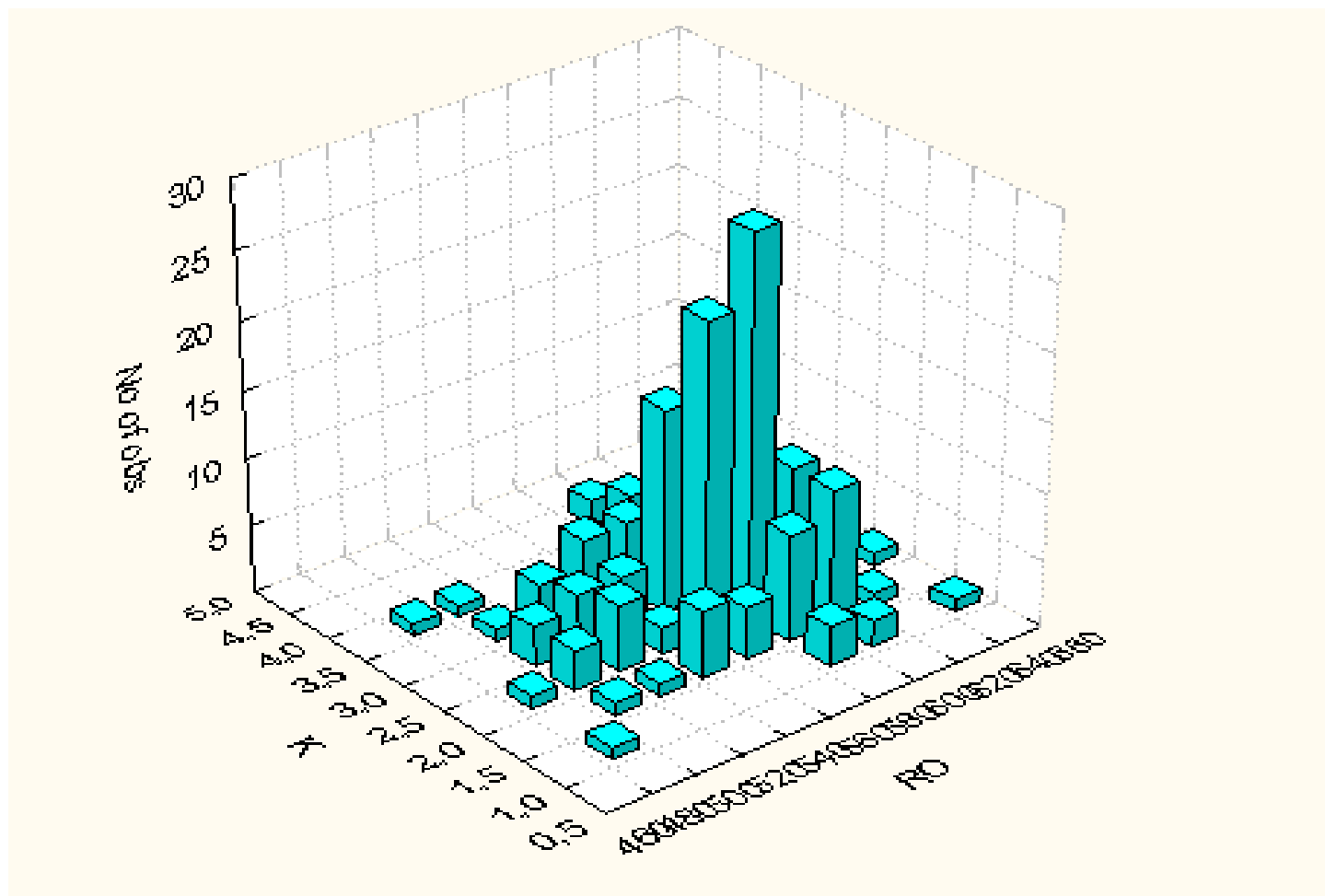
- A sík és hegyvidéki erdei fenyő sűrűségeinek értékei, azonosnak tekinthető szórásnégyzetek mellett, szignifikánsan eltérőek 5%-os tévedési szinten.
- A nyomószilárdsági értékek vizsgálatánál a szórásnégyzetek egyenlősége 1%-os elsőfajú hiba esetén elfogadható, azonban a várható nyomószilárdsági értékek ebben az esetben is szignifikáns eltérést mutatnak.
- A pásztaarány az előzőektől eltérően, már a szórásnégyzetek összehasonlításánál markáns különbséget jelez, ugyancsak jelentős az eltérés a K értékekben is, így mindkét próba szignifikáns eltérést mutat.

Az előzőekben bemutatott szokványos statisztikai vizsgálatok mellett azonban a későbbiekben további újszerű összehasonlításokra is sor kerül, melyek hasonló eredményeikkel kölcsönösen alátámasztják a kimondottak helyességét. Mielőtt azonban bemutatásra kerül az újszerű vizsgálat, három-három ábrával célszerű demonstrálni a két felhasznált adathalmazt. A IV. és VII. ábra a ponthalmazt mutatja, az V. és VIII. ábra egy gyakorisági hisztogram a σ -ra vonatkoztatva. A VI. és IX. pedig a vetületi ponthalmazokat mutatja gyakorisági ábrákkal együtt.

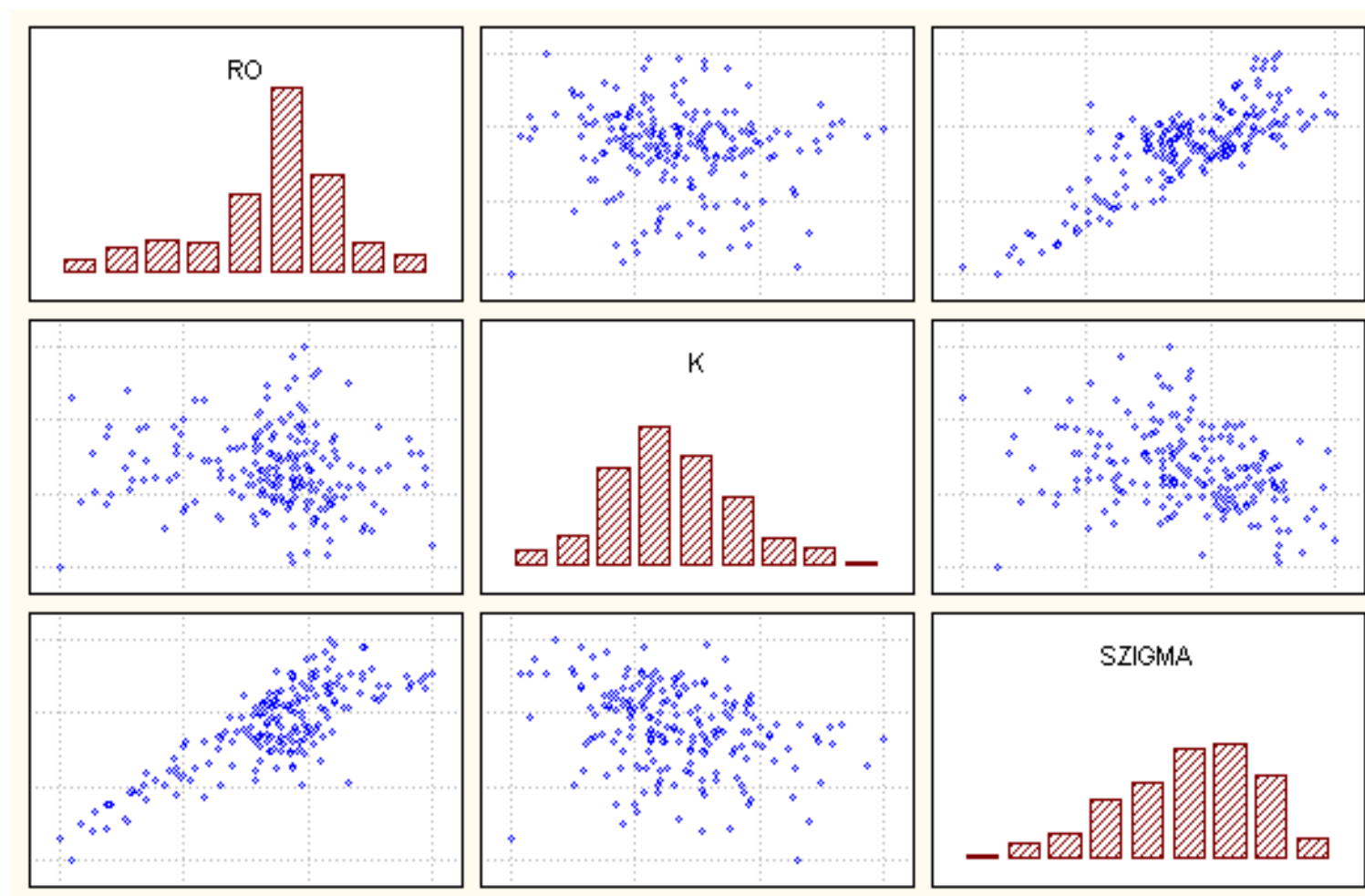
IV. Ábra
A síkvidéki erdei fenyő adathalmaz



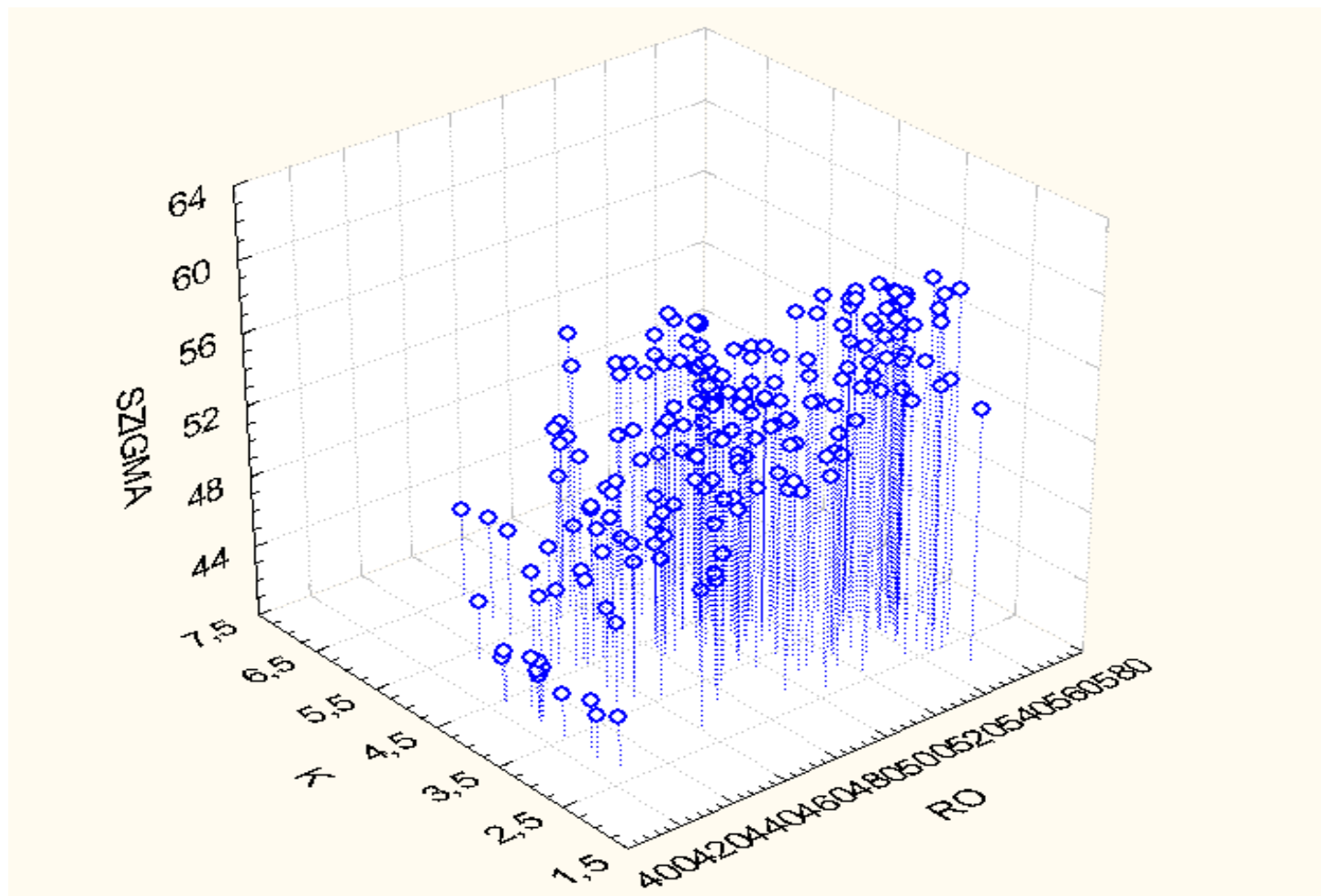
V. Ábra
A síkvidéki erdei fenyő σ -ra vonatkoztatott gyakorisági hisztogramja



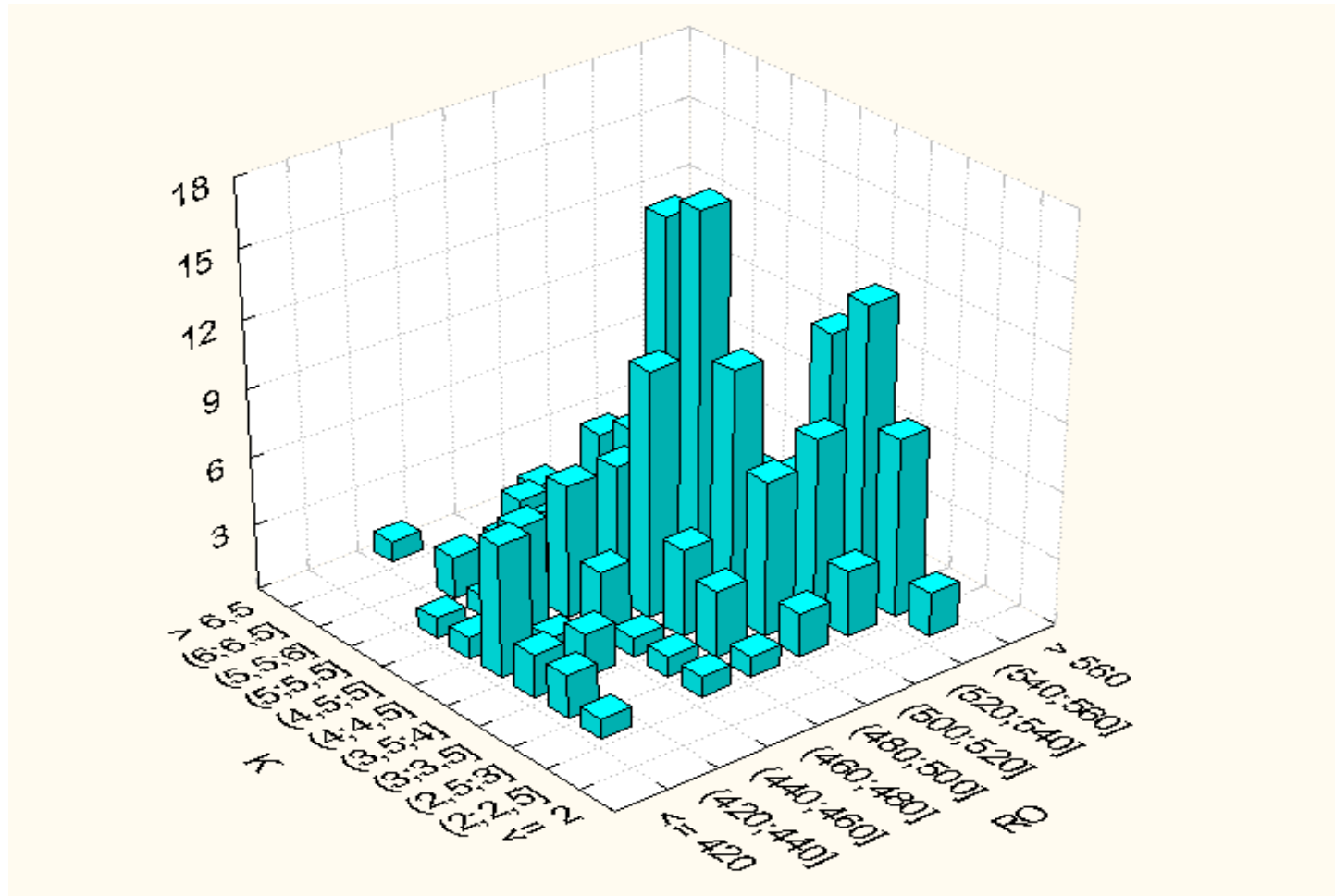
VI. Ábra
Vetületi pontthalmazok a síkvidéki faanyagra



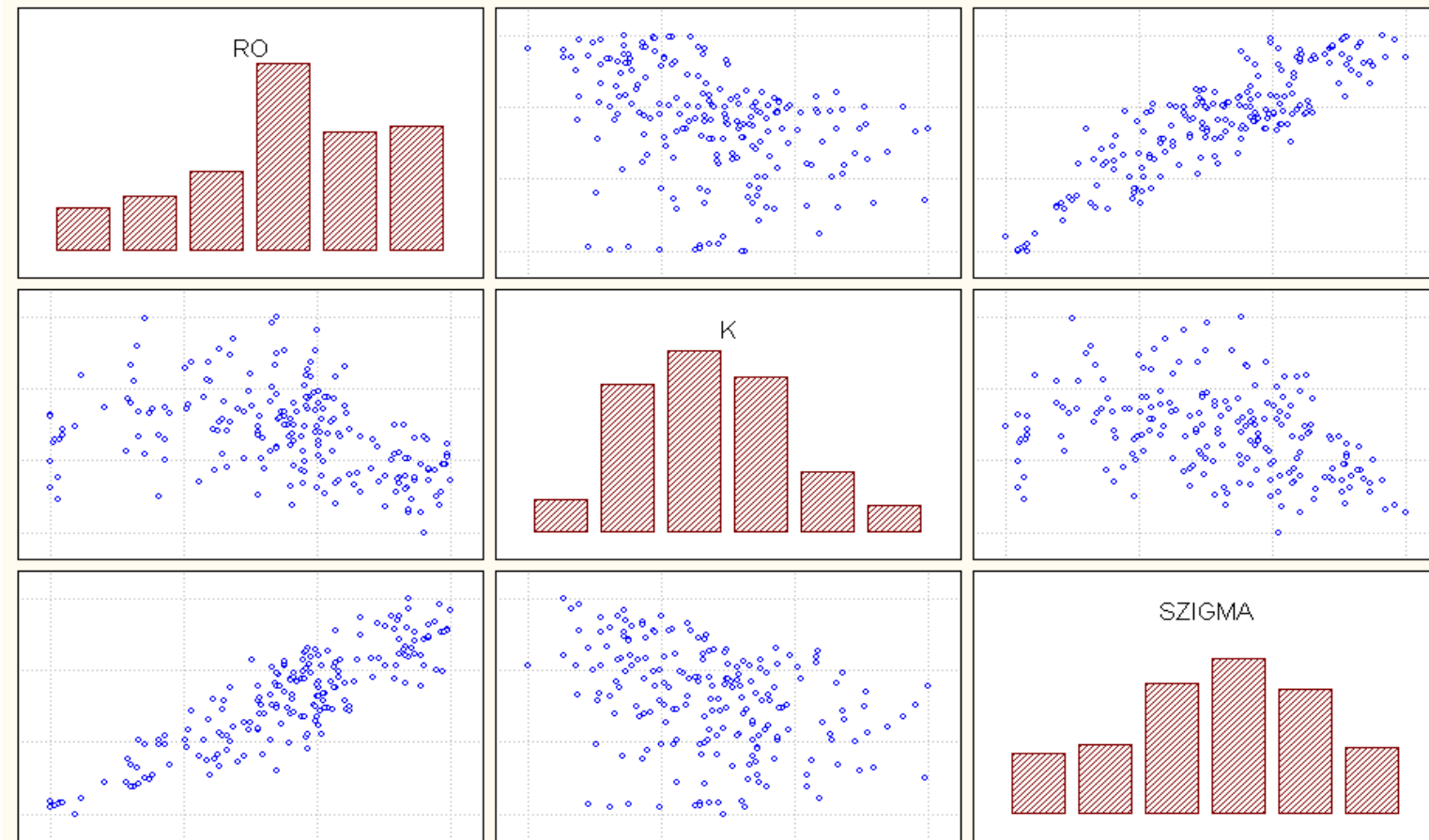
VII. Ábra
A hegyvidéki erdei fenyő adathalmaza



VIII. Ábra
A hegyvidéki erdei fenyő σ -ra vonatkoztatott gyakorisági hisztogramja



IX. Ábra
Vetületi pontthalmazok a hegyvidéki faanyagra



3.2.3 Egy fizikailag alkalmas többváltozós függvény kiválasztása és annak illesztése

A kapcsolódó irodalmak áttekintése során megállapítható, hogy a hasonló regressziós vizsgálatoknál alkalmazott modellek egyváltozós függvények, leggyakrabban lineárisak vagy arra visszavezethető logaritmikus vagy polinomiális esetek. Az említett modellekben található együtthatók általában fizikailag nem is értelmezhetők, értékeik kapcsolatot nem mutatnak a mért értékekkel. Meglehet ugyan, hogy a korrelációs együtthatójuk szoros kapcsolatra utal a változók között, mégis inkább a modell csak a változók kapcsolatának jellegére mutat, nem a ténylegesen fennálló kapcsolatra, vagy a feltételezhető jó fizikai összefüggésre. Gyakran előfordul azonban, hogy egy jónak mondott, statisztikailag is kielégítő lineáris modell helyett alkalmazható egy fizikailag megfelelőbb, a folyamatot jobban követő regressziós függvény. E modell megkeresése viszont gyakran jelentős időt vesz igénybe, nem beszélve arról, hogy egyváltozós esetben maga a felvetődő probléma könnyen szemléltethető, míg a többváltozós esetben nem⁽³³⁻³⁴⁾. A két független változós modell nyilván a háromdimenziós térben mutatható be megfelelő számítógépes segítséggel, aminek fő előnye az szükségszerűen, hogy a modellben történő csekély változtatás esetén azonnal produkálható a megfelelő ábra. A regressziós függvény kiválasztása még így is nehéz és időigényes feladat, mivel egy fizikai értelemben is alkalmas $(\rho; K) \mapsto \sigma(\rho; K)$ modell kell, hogy jellemezze a változók kapcsolatát⁽³²⁾. Mind e mellett az illesztett függvénnyel szembeni követelmények faipari szakmai szempontok miatt - azaz fatechnológiai, fafeldolgozási, értékesítési, kezelési, termesztési és kereskedelmi okokból, tekintettel arra, hogy a kétféle faanyag gyakorlati adatok alapján történő összehasonlítás az alapvető igény - a következők:

- 1.) Az illesztett függvény adjon meg egy speciális átlag adathármast a ρ , K és σ vonatkozásában mindkét anyagra.
- 2.) Az illesztett függvény adja meg az egységnyi ρ változására eső σ változás értékét (növekedési mérték) mindkét anyagra.
- 3.) Az illesztett függvény adja meg az egységnyi K változásra eső σ változás értékét (csökkenési mérték) mindkét anyagra.
- 4.) Az illesztett függvény adja meg a σ technológiailag elfogadható legalsó és legfelső értékét, valamint az intervallum nagyságát mindkét anyagra nézve.
- 5.) Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható, hogy a növekedési mérték értékéhez milyen ρ határértékek (ρ_{\min} ; ρ_{\max}) tartoznak (technikailag értelmezhető ρ intervallum).
- 6.) Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható, hogy a csökkenési mérték értékéhez milyen K határértékek (K_{\min} ; K_{\max}) tartoznak (technikailag értelmezhető K intervallum).

- 7.) Az illesztett függvényben előforduló együtthatók fizikailag és technológiailag értelmezhetők és megfelelően dimenzionálhatók legyenek.
- 8.) Az illesztett függvény minél több olyan együtthatót tartalmazzon, melyek a kétféle faanyag vizsgálatánál eltérő értékeket mutatnak.
- 9.) Egymagában a magas korreláció nem elegendő, e mellett az illesztett modellnek eleget kell tennie a fent felsorolt nyolc feltételnek is együttesen.

Természetesen megkísérelhető az egyébként előzőekben említett követelményeknek nem eleget tevő sík illesztése is, ami meg is történt még számos más típusú egyébként fizikailag nem alkalmas függvénnyel együtt.

Ezek közül itt felsorolásra kerül néhány modell:

$$f(x; y) = ax + by + c \quad (1)$$

$$f(x; y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + fy + g \quad (2)$$

$$f(x; y) = ax^b y^c + d \quad (3)$$

$$f(x; y) = ax^2 - by^2 + cxy + d \quad (4)$$

$$f(x; y) = a \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \right) + dy \quad (5)$$

A feltüntetett függvényekben a, b, c, d, f, g a regressziós eljárással meghatározott együtthatók. Az említett függvények illesztése során megfigyelhető volt, hogy a korrelációs együttható jelentős ingadozást mutatott. Ennek különösebb részletezésétől eltekintve R értékei a $[0,3 ; 0,7]$ intervallummal voltak jellemezhetők. A bemutatott függvények közül a 0,7-es korrelációval rendelkező regressziós felület elfogadhatónak is bizonyulhat, csakhogy nem tesz eleget a már említett feltételeknek, így valójában csak interpolációra alkalmas.

A statisztikában alkalmazott gyakorlatnak megfelelően sor került még az

$$f(x; y) = a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + \frac{a_4}{y} + a_5 xy + a_6 \quad (6) \text{ típusú függvény illesztésére } (a_1, \dots$$

., a_6 együtthatók), illetve ezen függvény statisztikailag lényeges együtthatóinak meghatározására. Az így keletkező legjobb egyenletek teljesen különböznek egymástól, és együtthatóik fizikailag nem értelmezhetők, ezen kívül pedig nem tesznek eleget a támasztott követelményeknek. Érdekesség végett azonban megjegyzendő tény, hogy a vizsgálat eredménye szerint a hegyvidéki erdei fenyő esetén a modell egy y -tól független x -ben lineáris esetre vezetett $R=0,89043$ értékkel, míg a síkvidéki erdei fenyő esetén a modell x első és másodfokú tagját valamint az xy szorzatot tartalmazta, $R=0,84636$ értékkel.

Bár a korrelációs együtthatók magasnak mondhatók a modellek már csak matematikailag alapvető különbözőségük miatt sem adnak lehetőséget az

összevetésre. Probléma merül fel az együtthatók fizikai értelmezhetőségénél. Így tehát továbbra is nyitott a kérdés, milyen alkalmas modell keresendő, amely megfelel a támasztott követelményeknek.

A kétváltozós $(\rho; K) \mapsto \sigma(\rho; K)$ regressziós modell létrehozásánál több vezérlő szempont is megemlíthető. A mérési értékekből megalkotott háromdimenziós térbeni ponthalmaz, még ha az tetszőlegesen forgatható, sem ad igazán megbízható segítséget a pontok nagy száma és szórt elhelyezkedése miatt. Így kedvezőnek tűnik itt a térbeli ponthalmaz fősíkokra $(\rho\sigma, K\sigma)$ eső vetületeinek vizsgálata. Mint ismeretes már az előző fejezetek kismintás vizsgálatainál a sűrűség és nyomószilárdság vonzatában megfelelő modellnek bizonyult az alábbi függvény:

$$\hat{\sigma} = a \operatorname{th}(d(\rho - b)) + c,$$

melynek kiválasztása aszimptotikus mivolta, valamint korlátossága miatt történt. Így ha a kétváltozós $(\rho; K) \mapsto \sigma(\rho; K)$ regressziós függvény parciális függvényekből, illetve azok összevonásából kialakítható, akkor a $\rho \mapsto \sigma(\rho; K_0)$ kapcsolatban használható ismét a tangens hiperbolikus függvény, melynek alkalmazását a vetületi ponthalmaz is alátámasztotta. A $K \mapsto \sigma(\rho_0; K)$ parciális függvény meghatározásában is a korlátosság valamint az aszimptotikusság vezérelt. A vetületi ponthalmaz itt nem ad segítséget a jelentős szórttsága miatt, feltételezni kell tehát, hogy a K értékének mérési pontossága kedvezőtlenebb volt. Ez nyilvánvalóan bizonytalanságot okozhat, melyet a vetületi ponthalmazban több szélsőséges helyzetű mérés is alátámaszt. Mindezek ellenére a $K \mapsto \sigma(\rho_0; K)$ esetében is a már említett tangens hiperbolikus bizonyult kedvezőnek a felsorolt tulajdonságai miatt. Így tehát a fentiek figyelembevételével az illesztendő kétváltozós függvény két tangens hiperbolikus függvényből lett kialakítva megfelelő transzformációk felhasználásával.

Az illesztésnél felhasznált regressziós függvény alakja (a_1, \dots, a_7) együtthatók):

$$\hat{\sigma} = a_1 \operatorname{th}(a_2(\rho - a_3)) + a_4 \operatorname{th}(a_5(K - a_6)) + a_7,$$

A modellben számítandó együtthatók száma tehát hét, a függvény összetettségében bonyolult, a mérési értékek halmazainak eltérő az intervallum szélessége és matematikai nagyságrendje, ennek következtében az alkalmazott számítógépi program nem adott meg az értelmezhetőség határain belül elfogadható nagyságrendű és előjelű együtthatókat. Ezért szükség volt egy kiegészítő program alkalmazására, melyben az előbb említett mérési értékek intervallum szélességével és matematikai nagyságrendjével összefüggésben lévő a_2 és a_4 meghatározása történt meg, értelmezhető értékhatárok között végzett többszörös értékfuttatással. Mivel a_2 és a_4 két különböző irányú nyújtási transzformációt szabályoz, így a függvény alakja és értelmezése alapján megállapítható volt, hogy a két tangens hiperbolikus

tag $(a_1 th(a_2(\rho - a_3)))$ és $a_4 th(a_5(K - a_6))$ abszolút értéke között négy nagyságrendnél nagyobb eltérés nem lehet, hiszen a bevitt adatok leggyengébb pontossága (K értékei) négy számjegyes. Ennek megfelelően a kiegészítő program a_2 értékeit $0,0001 < a_2 < 1,0000$, az a_4 értékeit pedig $-10,0000 < a_4 < -0,0100$ határok között vizsgálta mindkét anyagra, azaz a hegyvidéki erdei fenyő és a síkvidéki erdei fenyő mintasorozatra külön-külön. A programfuttatások során kiderült, hogy a legnagyobb korrelációs együttható figyelembevételével mind az a_2 és mind az a_4 együtthatók mindkét faanyagra nézve 0,1%-os eltéréssel adódtak, ezért átlagaik mindkét faanyag vizsgálatánál közösen $a_2=0,00627$, $a_4=-2,565$ értéként kerültek alkalmazásra. Így tehát a regressziós modell most már egyszerűsítve a következő:

$$\hat{\sigma} = a_1 th(0,00627(\rho - a_3)) - 2,565 th(a_5(K - a_6)) + a_7$$

Mielőtt sor kerül a modell felhasználására, ellenőrizendő, hogy eleget tesz-e a korábban felsorolt követelményeknek.

- 1.) Az illesztett függvény adjon meg egy speciális átlag adathármaszt a ρ , K és σ vonatkozásában mindkét faanyagra:

$$\bar{\rho}^* = a_3 ; \bar{K}^* = a_6 ; \bar{\sigma}^* = a_7 ;$$

- 2.) Az illesztett függvény adja meg az egységnyi ρ változására eső σ változás értékét (növekedési mérték) a speciális átlag adathármaszhoz tartozó helyen mindkét faanyagra (a parciális deriváltak alapján):

$$N_m = \hat{\sigma}'_{\rho}(\bar{\rho}^*) = a_1 a_2$$

- 3.) Az illesztett függvény adja meg az egységnyi K változásra eső σ változás értékét (csökkenési mérték) a speciális átlag adathármaszhoz tartozó helyen mindkét faanyagra (a parciális deriváltak alapján):

$$C_m = \hat{\sigma}'_K(\bar{K}^*) = a_4 a_5$$

- 4.) Az illesztett függvény adja meg a σ technológiailag elfogadható legalsó és legfelső értékét, valamint az intervallum nagyságát mindkét anyagra nézve:

$$\sigma_{\min} = a_7 - a_1 - a_4 ; \sigma_{\max} = a_7 + a_1 + a_4 ; \sigma_{\text{int}} = 2(a_1 + a_4)$$

A felsorolásban szereplő alábbi két követelménnyel kapcsolatban szükséges néhány – a faipari műszaki gyakorlatban ismeretes és megkívánt – értékhatár rögzítése a függvény használhatósága szempontjából.

Mivel a tangens hiperbolikus függvény alulról és felülről is korlátos, ezért az illesztés során a σ nyomószilárdsági értékek alsó és felső határai eleve a függvény korlátai közé esnek, viszont éppen az alkalmazott függvény jellegzetessége miatt szükséges így mind a ρ_{\min} és ρ_{\max} , illetve a K_{\min} és K_{\max} , azaz a sűrűség és pásztaarány értékeire nézve az alkalmazhatóság igényének megfelelően értelmezési tartományokat megszabni. Erre nézve célszerű a parciális deriváltak segítségével meghatározható inflexiós ponthoz tartozó érintők meredekségéből

kiindulva szimmetrikus elrendezésű értelmezési határokat rögzíteni, melyek az N_m és C_m értékek többszörös csökkentésével állíthatók elő. Sokszoros számítási eljárások végrehajtása után a $\frac{N_m}{10}$, illetve a $\frac{C_m}{10}$ mutatkozott a legmegfelelőbbnek.

- 5.) Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható, hogy a növekedési mérték értékéhez milyen ρ határértékek (ρ_{\min} ; ρ_{\max}) tartoznak (technikailag értelmezhető ρ intervallum).

- Az $\frac{N_m}{10}$ értékhez az alábbi összefüggéssel számíthatók az értékek:

$$10 = ch^2(a_2(\rho - a_3))$$

- 6.) Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható a csökkenési mérték értékéhez milyen K határértékek (K_{\min} ; K_{\max}) tartoznak (technikailag értelmezhető K intervallum).

- A $\frac{C_m}{10}$ értékhez az alábbi összefüggéssel számíthatók az értékek:

$$10 = ch^2(a_5(K - a_6))$$

- 7.) Az illesztett függvényben előforduló együtthatók fizikailag és technológiailag értelmezhetők és megfelelően dimenzionálhatók legyenek.
- A modellben a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5 ; a_6 és a_7 fizikailag és technológiailag értelmezhetők és megfelelően dimenzionálhatók.
- 8.) Az illesztett függvény elegendő olyan együtthatót tartalmaz, melyek a kétféle faanyag vizsgálatánál eltérő értékeket mutatnak.
- 9.) Egymagában a magas korreláció nem elegendő, e mellett az illesztett modellnek eleget kell tennie a fent felsorolt nyolc feltételnek is együttesen.
- A fenti nyolc feltétel teljesülése mellé megkívánt magas korrelációt a későbbi számítások igazolják.

Mind a síkvidéki, mind pedig a hegyvidéki erdei fenyő vizsgálata esetén is az előzőekben felírt modell került alkalmazásra, változatlanul hagyva az a_2 és a_4 értékeket. Az alábbiakban először a modell pontjainak geometriai elemzésére kerül sor, majd ezt követően megadásra kerülnek a regressziós eredmények.

3.2.4 A regressziós felület pontjainak geometriai elemzése

A vizsgálat során a felület $z=f(x;y)$ általános elméleti matematikai alakját célszerű használni, ami jelen esetben a következőképpen írható fel:

$$z=a_1 th(a_2(x-a_3))+a_4 th(a_5(y-a_6))+a_7.$$

A felület pontjainak jellege a geometriában ismeretes módszerek révén határozható meg. Ennek egyik lehetősége az úgynevezett Gauss-féle görbület vagy szorzatgörbület előjel vizsgálata, ami előjel változásában megegyezik a másodrendű parciális deriváltakból képzett determináns (d) előjelével.

$$d = \begin{vmatrix} z''_{xx} & z''_{xy} \\ z''_{yx} & z''_{yy} \end{vmatrix} = z''_{xx} z''_{yy} - (z''_{xy})^2$$

Ha ez a kifejezés pozitív, úgy elliptikus, ha nulla, akkor parabolikus, ha pedig negatív, akkor hiperbolikus pontról van szó. Ez a vizsgálat viszonylag egyszerű, a parciális deriváltak meghatározása nem ütközik akadályba, a folytonosság és deriválhatóság miatt.

A változókra valamint az együtthatókra vonatkozó feltételek a következők:

$$x > 0, \quad y > 0$$

$$a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad a_3 > 0, \quad a_5 > 0, \quad a_6 > 0, \quad a_7 > 0, \quad \text{viszont } a_4 < 0.$$

Ha $z=a_1 th(a_2(x-a_3))+a_4 th(a_5(y-a_6))+a_7$, akkor az elsőrendű parciális deriváltak:

$$z'_x = \frac{a_1 a_2}{ch^2(a_2(x-a_3))}$$

illetve

$$z'_y = \frac{a_4 a_5}{ch^2(a_5(y-a_6))}$$

A másodrendű parciális deriváltak a következők:

$$z''_{xx} = -2a_1 a_2^2 ch^{-3}(a_2(x-a_3)) sh(a_2(x-a_3))$$

átalakítva

$$z''_{xx} = -2a_1 a_2^2 \frac{\text{th}(a_2(x-a_3))}{\text{ch}^2(a_2(x-a_3))}$$

valamint

$$z''_{yy} = -2a_4 a_5^2 \text{ch}^{-3}(a_5(y-a_6)) \text{sh}(a_5(y-a_6))$$

átalakítva

$$z''_{yy} = -2a_4 a_5^2 \frac{\text{th}(a_5(y-a_6))}{\text{ch}^2(a_5(y-a_6))}$$

$$z''_{xy} = z''_{yx} = 0.$$

Az a_i értékekre megadott feltételek mellett vizsgálható a másodrendű parciális deriváltak előjelváltozása, így:

$$z''_{xx} \begin{cases} > 0 & \text{ha } x < a_3 \\ = 0 & \text{ha } x = a_3 \\ < 0 & \text{ha } x > a_3 \end{cases}$$

illetve

$$z''_{yy} \begin{cases} > 0 & \text{ha } y > a_6 \\ = 0 & \text{ha } y = a_6 \\ < 0 & \text{ha } y < a_6. \end{cases}$$

z''_{xx} z''_{yy} előjel változása az alábbi:

y	parabolikus pontok		
	(+) elliptikus pontok	(-) hiperbolikus pontok	
y=a ₆	parabolikus pontok		
	(-) hiperbolikus pontok	(+) elliptikus pontok	
	x=a ₃		x

Az a_3 és a_6 tengelyeken lévő pontokban $z''_{xx} z''_{yy} = 0$.

Kimutatható továbbá, hogy a felületnek az $x=a_3$, $y=a_6$ helyhez tartozó pontja úgynevezett síkpont. Ezen síkpont a két különböző származáshelyi faanyagra illesztett felületek összehasonlításánál fontos szerepet játszik.

3.2.5 A regressziós modell illesztése és annak eredményei

Mindkét regressziós felület együtthatóinak, valamint a hozzájuk tartozó korrelációs együtthatók számítása egy erre alkalmas statisztikai programcsomag (STATISTICA) felhasználásával történt megfelelő grafikus reprezentációval kísérve. A számításokhoz felhasznált mérési illetve számított értékhármak a függelékben megtalálhatók (1. számú illetve 2. számú melléklet), mind a síkvidéki mind pedig a hegyvidéki erdei fenyőre vonatkozóan.

Az elvégzett számítások eredményeit a XI. táblázat tartalmazza.

Az a_1 , a_3 , a_5 , a_6 , a_7 a modell együtthatóit jelöli, míg az R a korrelációs együttható, jellemzi az illesztés minőségét.

A regressziós függvény általános alakja:

$$\hat{z}(x; y) = a_1 th(a_2(x - a_3)) + a_4 th(a_5(y - a_6)) + a_7$$

Az illesztésnél alkalmazott függvény:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 th(0,00627(\rho - a_3)) - 2,565 th(a_5(K - a_6)) + a_7$$

XI. Táblázat

A regressziós modell együtthatói valamint a korrelációs együtthatók:

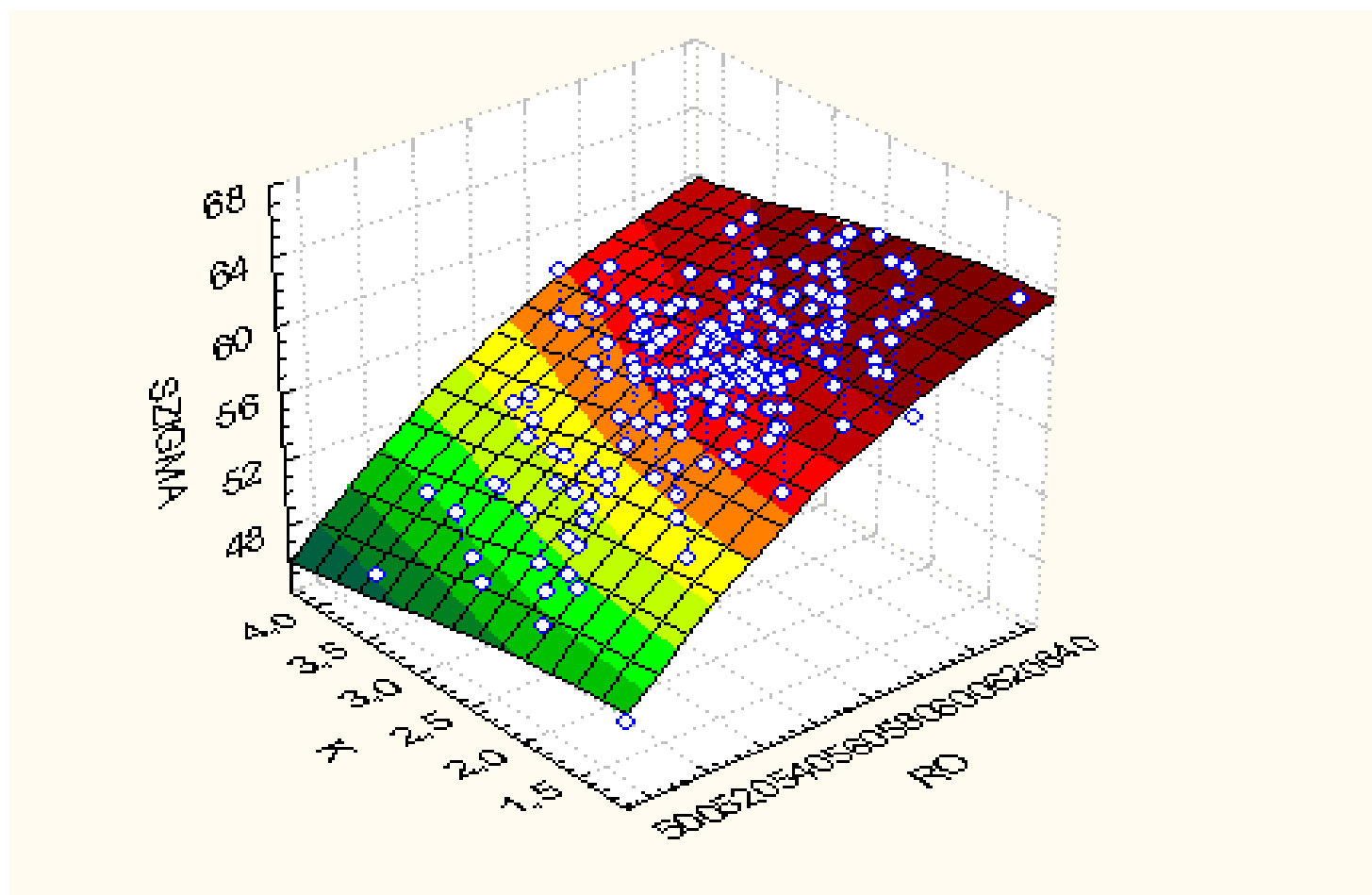
	a₁	a₃	a₅	a₆	a₇	R
Síkvidéki erdei fenyő Bugac	29,7093	419,4039*	0,65208	3,1328*	34,9690*	0,8449
Hegyvidéki erdei fenyő Sopron	18,9087	483,9016*	2,24991	17,4511*	46,4430*	0,8906

Megjegyzés: A jelölt értékek (*) egyúttal a felület úgynevezett síkpontjának koordinátái $S(\rho; K; \sigma(\rho; K))$.

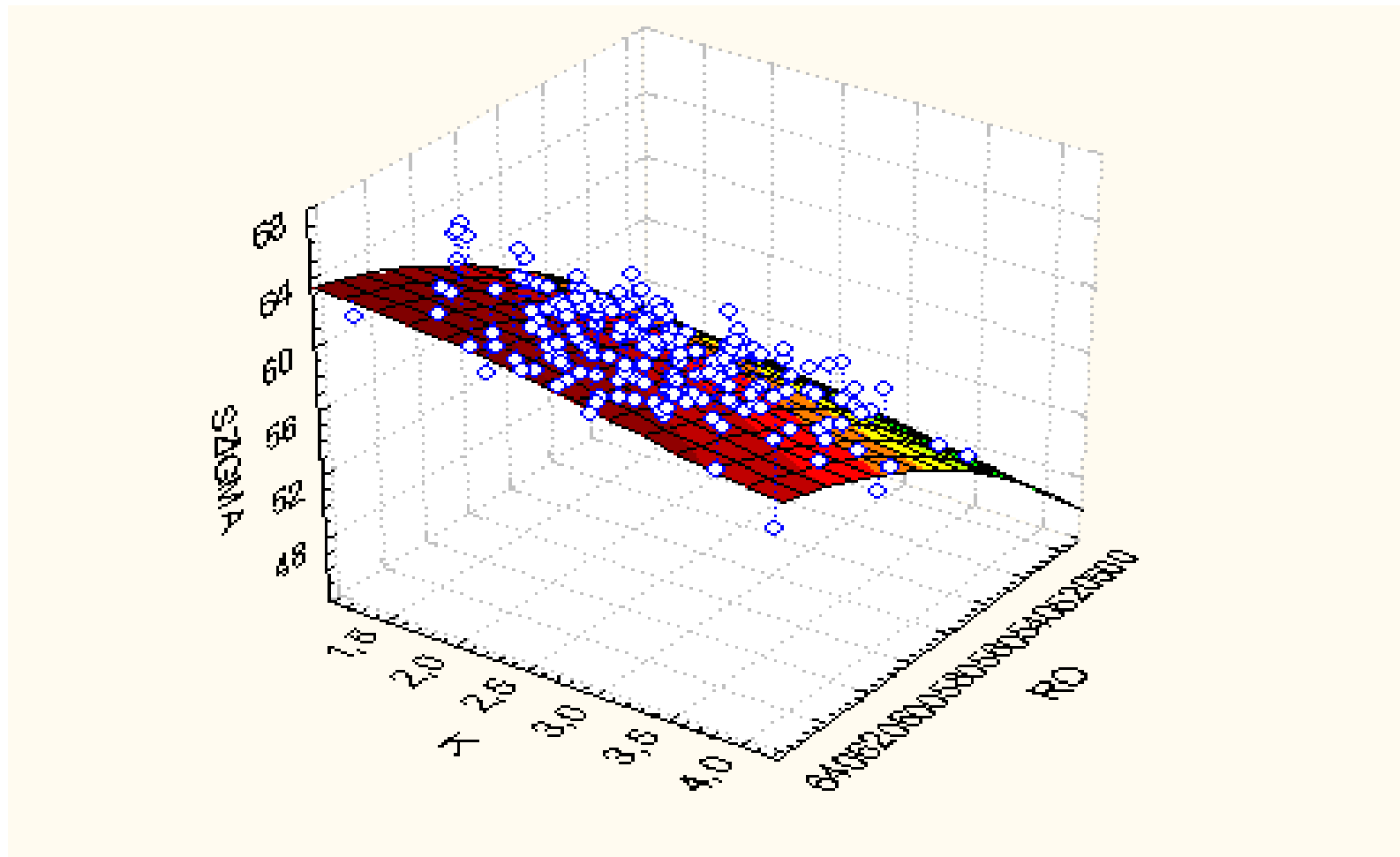
A XI. táblázat korrelációs adataiból kitűnik, hogy az illesztés jóval meghaladja a kezdeti próbálkozások R értékeit. A kapcsolat szorossága kielégítő, mindkét esetben. Érdeemes odafigyelni azonban a két különböző származáshelyi anyag regressziós modelljeinek együtthatóira, az úgynevezett síkpont koordinátáira. A további elemzésekhez azonban a szemléletesség kedvéért szükségesnek bizonyul a felületek ponthalmazokkal együtt történő térbeli ábrázolása, ami egyben segít az összehasonlításban is.

A X.a.) és b.) ábra mutatja a bugaci, síkvidéki erdeifenyő esetét, míg az XI.a.) és b.) ábrán látható a hegyvidéki adathalmaz az illesztett felülettel. A ponthalmaz valamint a regressziós modell helyzetének bemutatása végett mindkét esetben még egy elforgatott helyzetű ábra is bemutatásra kerül az alábbiakban.

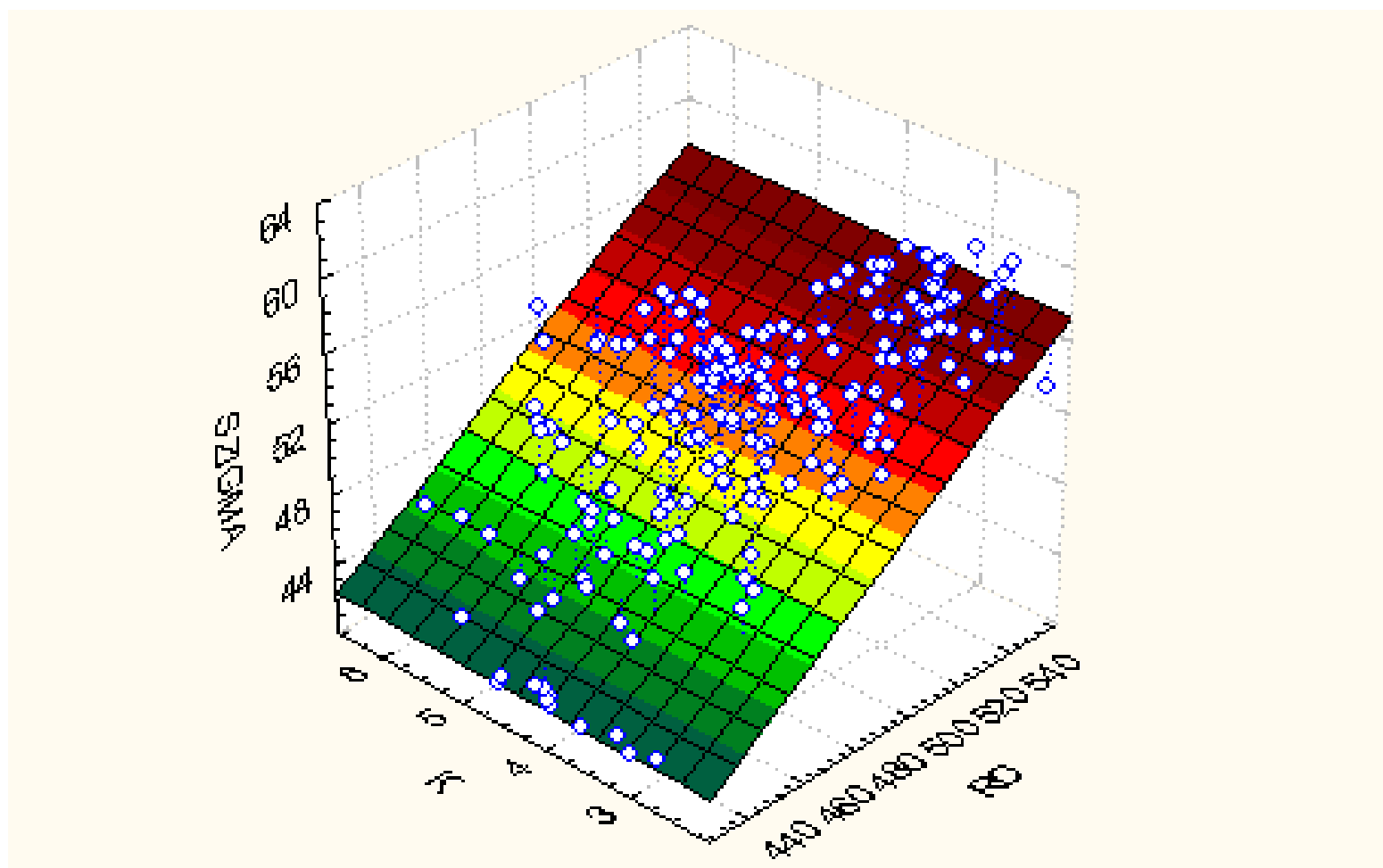
X. Ábra. (a.)
Erdei fenyő Bugac



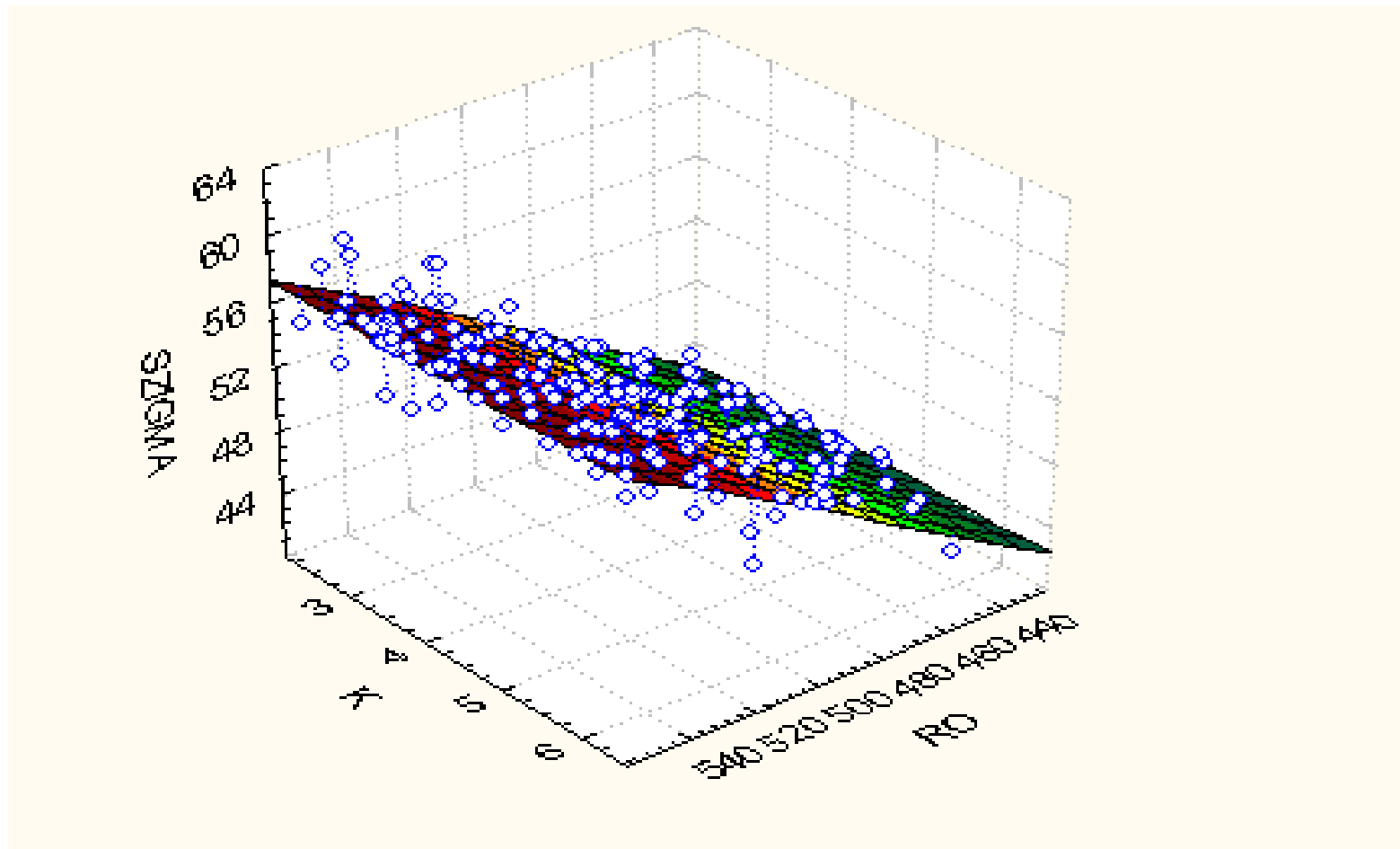
X. Ábra. (b.)
Erdei fenyő Bugac



XI. Ábra. (a.)
Erdei fenyő Sopron



XI. Ábra. (b.)
Erdei fenyő Sopron



A XI. táblázat adatainak elemzésénél érdemes felidézni a nagymintákból számított átlagokat, nevezetesen a sík és hegyvidéki erdei fenyő sűrűségi, nyomószilárdsági és pásztaarányai átlagát (IX. táblázat). Fontos megjegyezni azt, hogy az úgynevezett síkpont első koordinátája (ρ) mindkét minta esetén valamely átlagos sűrűsége utal, mégpedig szemben a minták átlagával, a síkvidéki anyag esetén kisebb sűrűségi értékkel. A második koordináta a pásztaarány (K) vonatkozásában nem mérvadó. Ennek oka abban rejlik, hogy a regressziós függvény második tagjának hatása sokkal gyengébb az elsónél, értékészlete egy lényegesen szűkebb intervallumra korlátozódik, ebből adódóan az a_6 meghatározása során nagyobb a bizonytalanság, hiszen értékének változása csak kismértékben változtat az eredményen. Ez persze semmiféleképpen nem jelenti azt, hogy a pásztaarány kihagyható tényező a vizsgált összefüggésből.

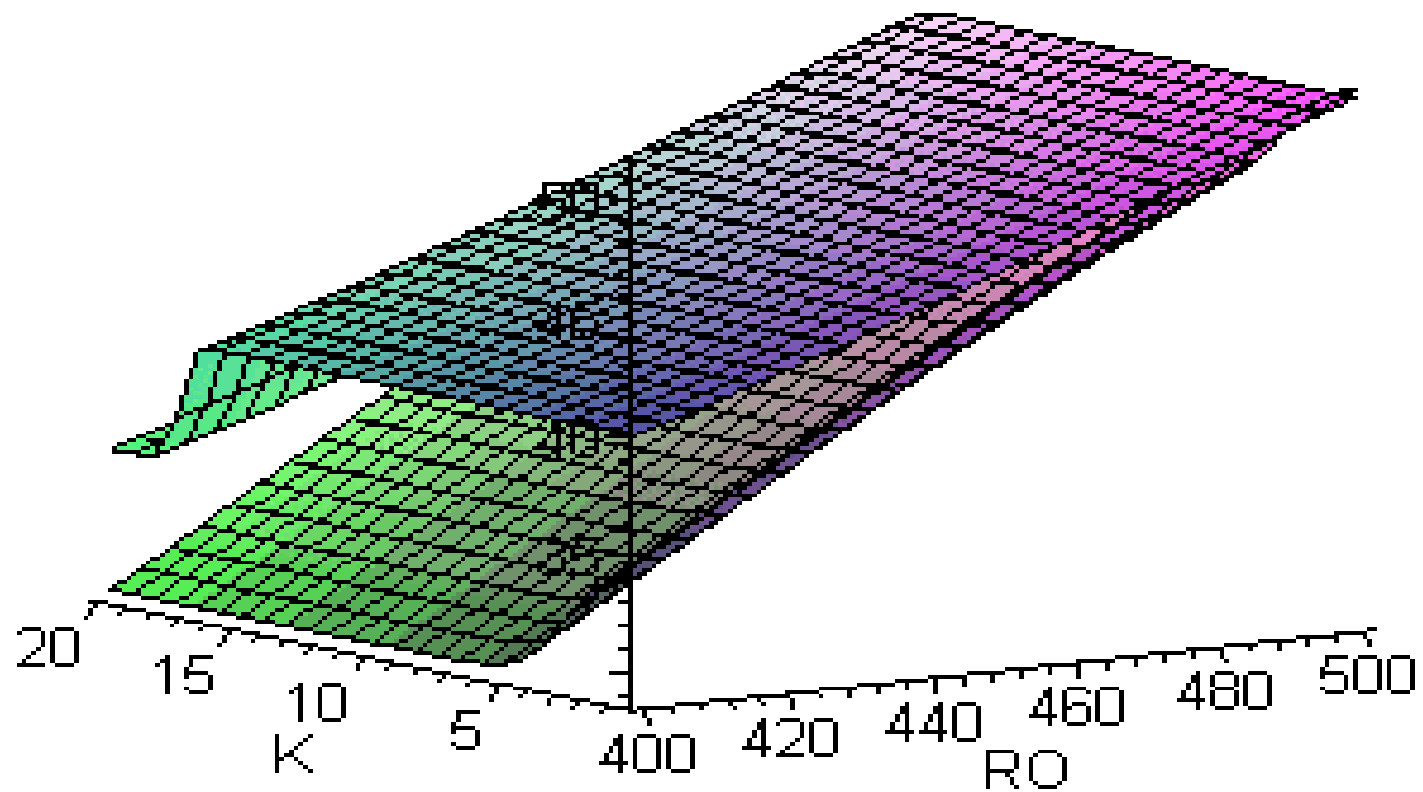
Az a_7 értéke, amely a síkpont harmadik koordinátája, jó közelítést adja, - érték helyesen – a nyomószilárdsági értékeknek, bár az átlagos értékeknél alacsonyabbak, egymással összevethetők - a két faanyag vonatkozásában van eltérés.

A továbbiakban összevethetők a modellek együtthatói. Mint ahogy az már ismert, a_2 és a_4 értéke fixen tartott, előzetesen meghatározott volt a számítások során. A következőkben a szemléletessé tétel végett bemutatásra kerül a XII. ábra, mely a két különböző származáshelyi anyagra illesztett felületeket mutatja egy adott koordinátarendszerben.

XII. Ábra.

A két különböző származáshelyi anyagra illesztett felület.

(felső felület: hegyvidéki erdei fenyő, alsó felület: síkvidéki erdei fenyő)



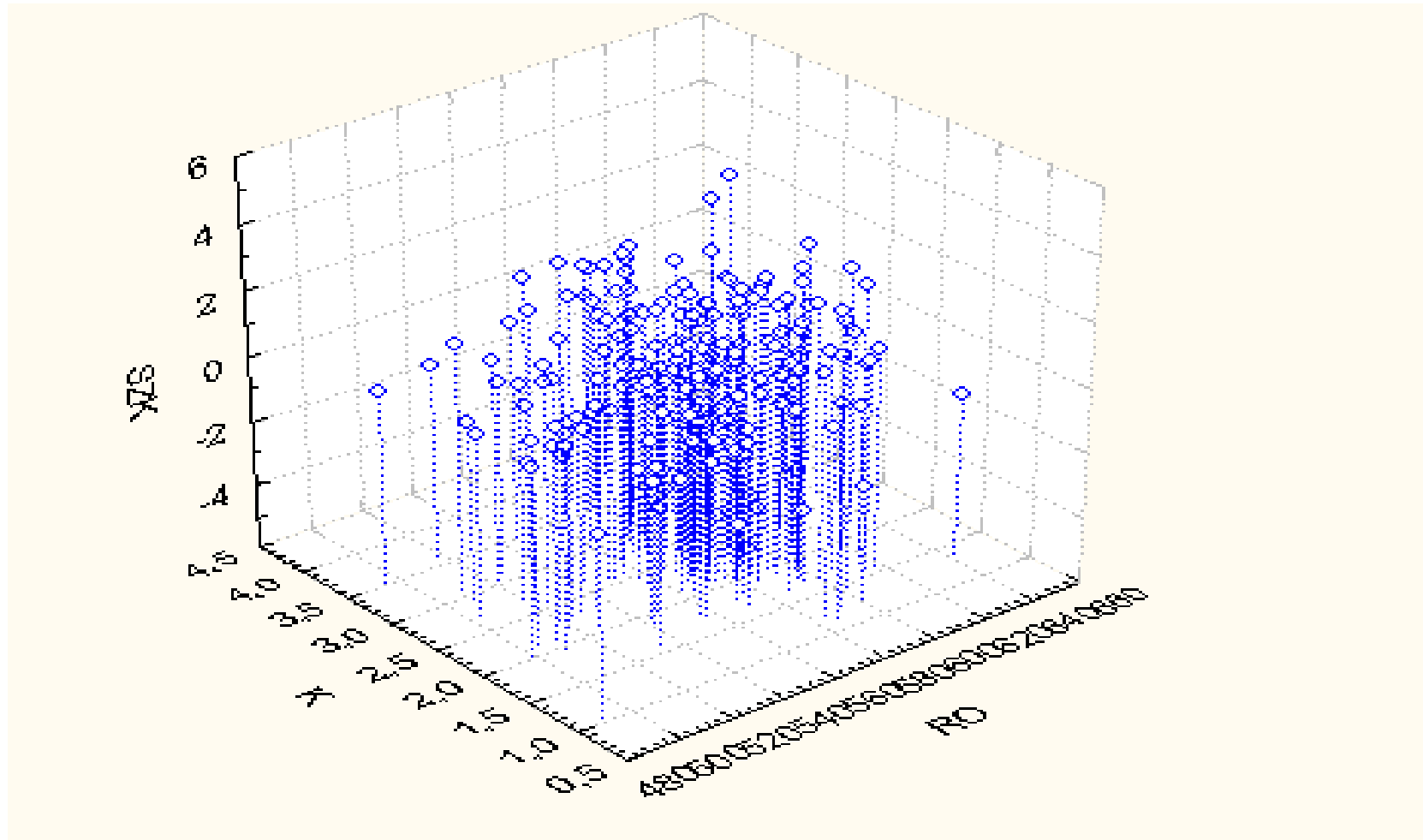
Mint ahogy azt az ábra is demonstrálja, jelentős eltéréseket tapasztalhatunk a két regresszió esetén. Ugyanezt mutatják természetesen a_1 , a_3 , a_5 , a_6 és a_7 értékei a XI. táblázatban. Fontos azonban szem előtt tartani azokat a tényeket, hogy például az a_5 és a_6 befolyása az értékek változására jelentősen kisebb mint az a_1 és a_3 együtthatóké. Ezen utóbbi értékek közül is a tangens hiperbolikus függvények végett analitikailag és a gyakorlati értelmezés szempontjából (nem statisztikailag) az a_1 a legdominánsabb együttható.

A kétváltozós függvényt parciális függvényekre bontva látható, hogy az a_1 határozza meg a $\sigma(\rho)$ kapcsolatban a nem klasszikus értelemben vett meredekséget. Ebben az értékben viszont jelentős eltérés fedezhető fel a hegyvidéki és síkvidéki erdei fenyő esetén. Így az a_1 mint domináns együttható, természetesen a többi együtthatóval együtt arra utal, hogy van különbség a kétféle származáshelyi anyag tulajdonságaiban, amit egyébként a statisztikai hipotézis vizsgálat is igazolt. Az együtthatók közötti különbség azonban nem jelenti azt, hogy a $\sigma(\rho; K)$ kétváltozós függvénykapcsolat nem megfelelő, amit igazol maga a korrelációs együttható. Az adathalmaz létrehozásához szükséges mérések jellegéből illetve azok pontosságából adódóan kimondható, hogy a magas R értékek azt mutatják, hogy a kiválasztott modell jól alkalmazható. A statisztikai vizsgálatokban ezek után végrehajtandó az úgynevezett illeszkedés hiány vizsgálat. Ennek során képezendő egy térbeli ponthalmaz, melynek koordinátái $P(\rho_i; K_i; (\sigma_i - \hat{\sigma}_i))$. A ρ_i , K_i , σ_i a vizsgált adathalmazok elemei, a $\hat{\sigma}_i$ pedig a regressziós modellből ρ_i , K_i adat párhoz számított érték. A ponthalmaz a ρK síkkal párhuzamos két sík közé szorítandó. Ez természetesen teljesíthető követelmény mind a két faanyag esetén. Az úgynevezett maradék értékét az elvégzett számítások eredményének értelmében a $|\sigma_i - \hat{\sigma}_i| \leq 4,1$ egyenlőtlenséggel jellemezhetjük, ami teljesül mind a síkvidéki, mind pedig a hegyvidéki erdei fenyőnél. A ponthalmazok tehát megfelelnek a követelménynek, a pontok elhelyezkedését tekintve elfogadhatóak az eredmények.

Az ábrák megítélése nehézkes, de nem térbeli mivoltuk végett, hanem az egyes változók alaposan különböző értékészlete miatt. Ha azonban jó alaposan áttanulmányozzuk őket, akkor pontosan a σ értékeinek nagyságrendje valamint az úgynevezett maradék $\sigma_i - \hat{\sigma}_i$ értékei utalnak az előbb említett elfogadhatóságra.

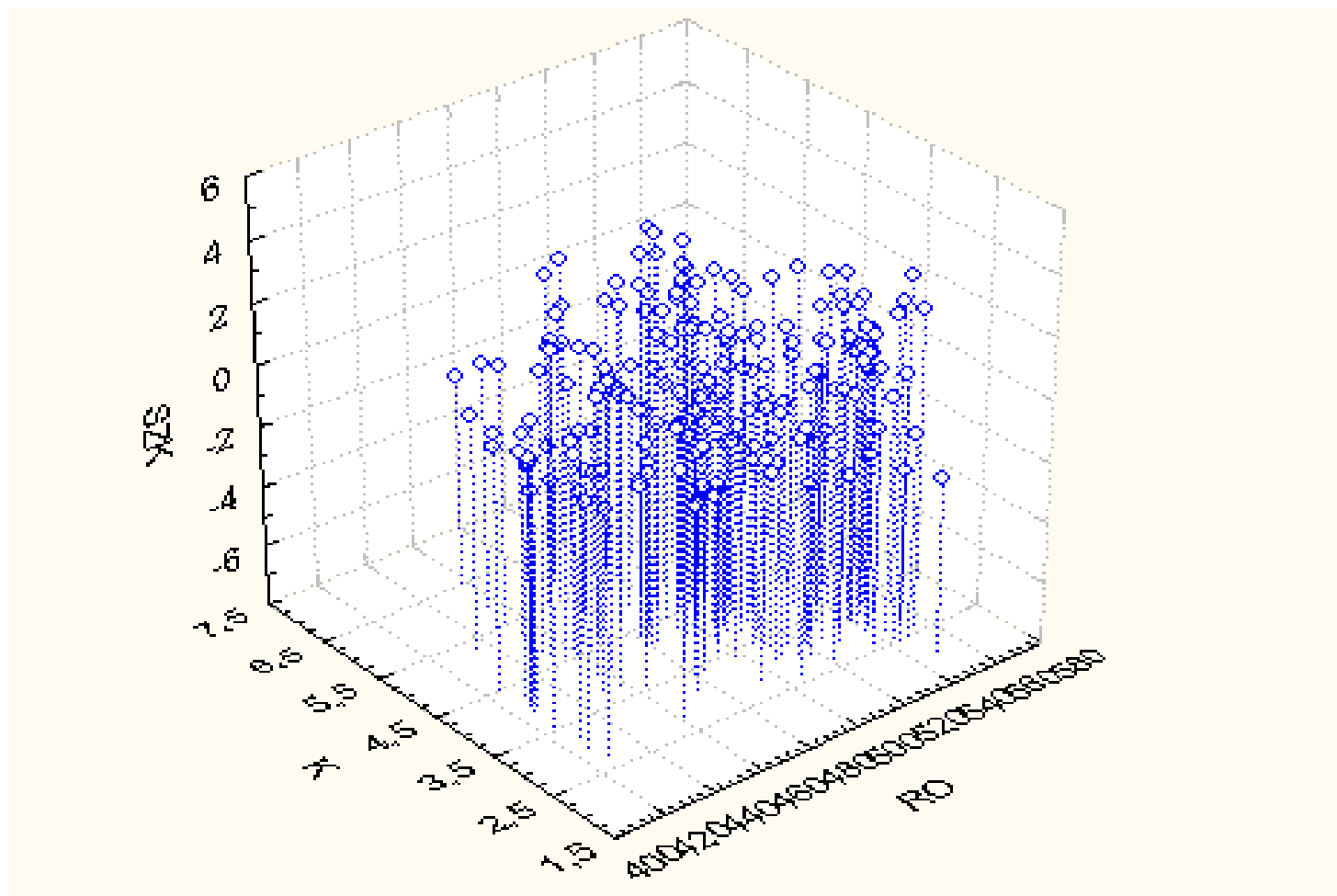
Az alábbiakban a XIII. illetve XIV. ábrán bemutatásra kerül a két ponthalmaz.

XIII. Ábra
A $\sigma_i - \hat{\sigma}_i$ (SZK) értékek a síkvidéki erdei fenyő esetén.



XIV. Ábra

A $\sigma_i - \hat{\sigma}_i$ (SZK) értékek a hegyvidéki erdei fenyő esetén.



A regressziós vizsgálatok mellett számításra került mindkét faanyag esetén a korrelációs mátrix, ennek eredményei az alábbi két táblázatban találhatóak.

XII. Táblázat

A hegyvidéki erdei fenyő korrelációs mátrixa

Változó	ρ	K	σ
ρ	1	-	-
K	-0,3548	1	-
σ	0,8904	-0,3486	1

XIII. Táblázat

A síkvidéki erdei fenyő korrelációs mátrixa

Változó	ρ	K	σ
ρ	1	-	-
K	-0,1108	1	-
σ	0,8010	-0,3102	1

Mint ahogy az, az irodalmakból is ismeretes⁽⁴⁴⁾, a korrelációs mátrix elemei a független és függő változók közötti kapcsolat szorosságát mutatják meg. Ily módon segítséget ad annak eldöntésére, hogy a független változók mind szükségesek-e a modellben. Ha két független változó korrelációs értéke igen magas, - közelítőleg egy - akkor valamelyik változó használata statisztikai szempontból nem indokolt.

A XII. és XIII. táblázatban a független változók vizsgálatánál ilyen említett magas értékeket nem találunk. A vizsgálatból továbbá kiderül, hogy míg a hegyvidéki erdei fenyő esetén a táblázati értékek relatív magasabbak, addig a síkvidéki erdei fenyő esetén inkább kifejezetten alacsonyak. A XIII. táblázat értékeinek vizsgálatánál nem szignifikáns a korreláció. (Megjegyzendő a teljesség kedvéért, hogy két független jellemző mindig korrelálatlan, de két korrelálatlan jellemző nem feltétlenül kell, hogy független legyen⁽⁴⁵⁾.) Az eddigi tények is arra utalnak, hogy a két különböző származáshelyi anyagban nagymértékű az eltérés, az $r_{\rho K}$ értékek jelentős differenciája valamint a $r_{\rho\sigma}$, $r_{K\sigma}$ értékek alátámasztják azt a tényt, hogy a kétváltozós függvény, mint modell alkalmazása indokolt, mindkét független változónak befolyása lesz a σ értékére. A táblázatok utolsó sorai az egyes független változók függő változóval vett kapcsolatának szorosságát jelzik.

Mindkét különböző származás helyi anyag esetében megállapítható, hogy a sűrűség kapcsolatának szorossága a nyomószilárdsággal lényegesen meghaladja a pásztaarány valamint nyomószilárdság kapcsolatának jelzőszámát. Ez egyben arra is utal, hogy a sűrűség mint domináns tényező hat a kapcsolatra, míg a pásztaarány kevésbé markáns hatású. Ez a kijelentés egybecseng a regressziós modell elemzésénél tett kijelentéssel, miszerint a modellben is a sűrűség bizonyult meghatározóbb jellegűnek szemben a K értékével. Említést kell még tenni a hegyvidéki erdei fenyő korrelációs

táblázatában (XII. táblázat) található $r_{\rho K}$ és $r_{K\sigma}$ értékek viszonyáról, hiszen itt $r_{\rho K}$ meghaladja $r_{K\sigma}$ értékét. Ez valójában nem okoz problémát, mert nem nagy az értékek közötti eltérés, ugyanakkor az $r_{\rho K}$ értéke nem indokolja a regressziós modellben a K esetleges feleslegességét. A jelentősebb különbség a sűrűség és a pásztaarány korrelációjának szorosságában a két különböző származáshelyi anyagra nézve jól magyarázható éppen az eltérő szöveti felépítés által.

A korrelációs mátrix mellett, meghatározásra kerültek az un. parciális korrelációs együtthatók, melyek mérik a kiválasztott két változó közötti korrelációt, úgy, hogy a harmadik változót konstansnak tekintik. Az eredmények a következők:

<i>Síkvidéki erdei fenyő</i>		<i>Hegyvidéki erdei fenyő</i>
0,2420	$r_{\rho K, \sigma}$	-0,1039
-0,3723	$r_{K\sigma, \rho}$	-0,0768
0,8114	$r_{\rho\sigma, K}$	0,8749

Az értékek alátámasztják azt a kijelentést, hogy a legszorosabb kapcsolat a sűrűség és a nyomószilárdság között jelentkezik, nem hagyható azonban figyelmen kívül a pásztaarány és nyomószilárdság kapcsolata különösen a síkvidéki esetben.

A következőkben a vizsgálat tárgyát az képezi, hogy miként tesz eleget a regressziós modell a vele szemben támasztott követelményeknek. Emlékeztetésképpen mint már ismeretes az illesztett függvény:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 \operatorname{th}(a_2(\rho - a_3)) + a_4 \operatorname{th}(a_5(K - a_6)) + a_7$$

ahol

$$a_2 = 0,00627 \text{ és } a_4 = -2,565.$$

Ezek után sorban a követelmények, illetve a választott modell követelményekre adott válasza :

- 1.) Az illesztett függvény adjon meg egy átlag adathármaszt a ρ , K és σ vonatkozásában mindkét anyagra.

Már a korábbiakban bemutatásra került az a tény, hogy ezen követelménynek megfelel a_3 , a_6 és a_7 mégpedig $\bar{\rho}^* = a_3$, $\bar{K}^* = a_6$ valamint $\bar{\sigma}^* = a_7$.

XIV. Táblázat

Az illesztett függvény átlag adathármasa ρ , K és σ vonatában.

	a₃	a₆	a₇
Síkvidéki erdei fenyő Bugac	419,4039	3,1328	34,9690
Hegyvidéki erdei fenyő Sopron	483,9016	17,4511	46,4430

Természetesen itt felmerülhet az-az igény, hogy a megadott értékeket hasonlítsuk össze a nagymintákból számított átlagokkal. Ez nyilvánvalóan megtehető, nem várhatjuk el azonban, hogy a modell síkpontjából számított értékek tökéletesen egybecsengjenek az említett átlagokkal. Felvetődik a kérdés, hogy milyen okai lehetnek az eltéréseknek. Először is két teljesen különböző vizsgálatról van szó, hiszen a nagymintákból számított átlagok mindig az adott fizikai jellemzőre koncentrálnak, figyelmen kívül hagyva a többi, emellett jelentős a mérési terjedelem. A regressziós vizsgálat esetében egyszerre több jellemző összehatása mellett kapunk értékeket. Tehát bár a síkpont koordinátái mint speciális átlag értékek szerepelnek, azok nyilván nem tekinthetők közönséges aritmetikai átlagoknak. Mindezek ellenére, ha összevetjük a sűrűségi és nyomószilárdsági értékeket a IX. számú táblázat adataival, azt tapasztaljuk, hogy mind a két faanyag esetében a síkpont koordináták alulról becsülik az átlagokat. Az eltérés a hegyvidéki erdei fenyő esetén nem tekinthető jelentősnek, nagyobb valamivel viszont a síkvidéki anyagnál. A pásztaarány értéke némi bizonytalanságra utal. Kicsiny az eltérés a síkvidéki anyag esetén a K átlaghoz képest, viszont egyértelműen magas a hegyvidéki erdei fenyő K értéke, melyet a felület ad meg. Ez az eltérés magyarázható azzal, hogy a kétváltozós függvényben K értékének szerepe nem domináns, változásának befolyása a későbbiekben bemutatásra kerül. A síkpont a_6 értékeinek jelentős eltérése viszont helyesen utal a valóságra, hiszen csak rá kell tekinteni a 3.a.) és 3.b.) fotókra melyek a két különböző származáshelyi anyagból készült próbatesteket mutatják.

- 2.) Az illesztett függvény adja meg az egységnyi ρ változásra eső σ változás értékét (növekedési mérték) a síkpontban mindkét anyagra.

Az egységnyi ρ változásra eső σ változás értékét (növekedési mértéket) egy szorzat alakjában lehet előállítani az adott helyen:

$$N_m = a_1 a_2$$

XV. Táblázat
A növekedési mérték.

	N_m
Síkvidéki erdei fenyő Bugac	0,1863
Hegyvidéki erdei fenyő Sopron	0,1186

A hegyvidéki erdei fenyő esetén adódott érték utal arra, hogy az anyag szerkezetét tekintve homogénebb, szilárdsági szempontból stabilabb mint a síkvidéki erdei fenyő melynek, évgyűrű struktúrája lazább és egyenetlenebb. Erre az eredményre utal a XII. és XIII. táblázatokban szereplő parciális korrelációs koefficiens is, ami alátámasztja az előbbieket. Így értéke a síkvidéki anyag esetén gyengébb, a hegyvidéki anyagnál viszont szorosabb korrelációt mutat.

- 3.) Az illesztett függvény adja meg az egységnyi K változásra eső σ változás értékét (csökkenési mérték) a síkpontban mindkét anyagra.

A csökkenési mértéket az alábbi szorzat határozza meg:

$$C_m = a_4 a_5$$

XVI. Táblázat
A csökkenési mérték.

	C_m
Síkvidéki erdei fenyő Bugac	-1,6726
Hegyvidéki erdei fenyő Sopron	-5,7710

Jelentős különbség mutatkozik az egységnyi K értékre eső nyomószilárdság változásában. Ez természetesen adódik az eltérő szerkezet végett, viszont meg kell említeni azt a tényt is, hogy a méréspontossági különbség a pásztaarány a sűrűség és nyomószilárdság vonatkozásában eltérő, meg lásd a IX. táblázat K -ra számított variációs koefficienseit. Nyilván való tehát, hogy a K mérési

hibája, valamint az adatok tényleges szórása a későbbi számításokban bizonytalanságokat okoz. Ennek kiküszöbölésére viszont nem volt mód a rendelkezésre álló műszerezettség végett.

- 4.) Az illesztett függvény adja meg a σ technológiailag elfogadható legalsó és legfelső értékét, valamint az intervallum nagyságát mindkét anyagra nézve.

Ezen értékek a modell együtthatóiból a következő módon számíthatók:

$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= a_7 - a_1 - a_4 & \sigma_{\max} &= a_7 + a_1 + a_4 \\ \sigma_{\text{int}} &= 2(a_1 + a_4)\end{aligned}$$

XVII. Táblázat

Az illesztett függvényből a nyomószilárdságra számított határok ill. intervallumok.

	σ_{\min}	σ_{\max}	σ_{int}
Síkvidéki erdei fenyő Bugac	7,825	62,113	54,288
Hegyvidéki erdei fenyő Sopron	30,099	62,787	32,688

Az intervallumok határait vizsgálva a következőket állapíthatjuk meg: A hegyvidéki erdei fenyő értékei a II. táblázatban szereplő irodalmi adatoknak megfelelnek, nem sokkal haladják meg az ott közepes értéknek megadottakat. A síkvidéki erdei fenyő esetén a felső határ szinte azonos a hegyvidéki anyagéval, viszont az alsó σ határ jelentősen eltolódott negatív irányban, ami érthető a már korábbiakban is említett egyenetlen és viszonylag széles sávokból épülő évgyűrűszerkezet miatt.

- 5.) Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható, hogy $\frac{N_m}{10}$ értékhez milyen ρ határértékek $(\rho_{\min}, \rho_{\max})$ tartoznak (technikailag értelmezhető ρ intervallum).

A sűrűsége vonatkozó határok az elsőrendű ρ szerinti parciális derivált segítségével számíthatók, valamint annak figyelembevételével, hogy maga az eredeti tangens hiperbolikus függvény az inflexiós pontjára nézve milyen szimmetriai tulajdonsággal rendelkezik.

A derivált:

$$\sigma'_{\rho}(\rho; K) = \frac{a_1 a_2}{ch^2(a_2(\rho - a_3))}$$

$$\frac{N_m}{10} = \frac{a_1 a_2}{ch^2(a_2(\rho - a_3))}$$

A fenti összefüggésből számítható a ρ_{\max} értéke, a ρ_{\min} esetén viszont a már említettek szerint fel kell használni az eredeti ρ szerinti parciális függvény (nevezetesen tangens hiperbolikus) szimmetria tulajdonságát. Így számítható a két sűrűségi határérték.

XVIII. Táblázat

Az illesztett függvényből a sűrűsége számított határok.

	ρ_{\min}	ρ_{\max}
Síkvidéki erdei fenyő Bugac	129,381	709,427
Hegyvidéki erdei fenyő Sopron	193,879	773,925

A számítás során kapott határok az I. táblázatban megadott értékeknek megfelelnek, bár a határok balra tolódnak vagyis valamivel alacsonyabb értékeket adnak, ez azonban nem okoz problémát, mivel az intervallum technikailag értelmezhető a sűrűsége akár csak az előző esetben a nyomószilárdság tartományánál.

- 6.) Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható, hogy a $\frac{C_m}{10}$ értékhez milyen K határértékek (K_{\min}, K_{\max}) tartoznak (technikailag értelmezhető K intervallum).

K határainak számítása a 6. követelményben bemutatott sűrűsége vonatkozó számítással analóg. Itt is felhasználásra kerül az elsőrendű K szerinti parciális derivált. Ebből már számítható az adott hányadoshoz tartozó felső határ, valamint az eredeti tangens hiperbolikus szimmetriája alapján az alsó határ.

$$\sigma'_K(\rho; K) = \frac{a_4 a_5}{ch^2(a_5(K - a_6))}$$

$$\frac{C_m}{10} = \frac{a_4 a_5}{ch^2(a_5(K - a_6))}$$

A számítások eredményeit az XIX. táblázat tartalmazza:

XIX. Táblázat

Az illesztett függvényből a pásztaarányra számított határok.

	K_{\min}	K_{\max}
Síkvidéki erdei fenyő Bugac	0,361	5,921
Hegyvidéki erdei fenyő Sopron	16,643	18,259

Megállapítható, hogy a síkvidéki fenyőre vonatkozó adatok a tényleges átlagos értéknek megfelelőek, a mért illetve számított nagy minta K értékeit lefedi az intervallum. A hegyvidéki fenyőnél kapott számértékek viszont túlzottan magasak ennek tisztázása még további vizsgálatokat igényel.

- 7.) Az illesztett függvényben szereplő a_1, a_3, a_5, a_6, a_7 értékek fizikailag és technológiailag értelmezhetők és megfelelően dimenzionálhatók legyenek.

Az előző hét követelmény vizsgálata egyértelműen igazolja, hogy az együttthatók mind fizikailag mind pedig technológiailag értelmezhetők, segítségükkel számíthatók fontos jellemzők, melyeknek a két szereplő anyagra való összevetése során a különbözőség szembetűnő. A fizikailag és technológiailag történő értelmezhetőség pedig magával hordja a dimenzionálhatóságot is.

- 8.) Az illesztett függvényben öt olyan együtttható (a_1, a_3, a_5, a_6, a_7) szerepel, melyek a kétféle faanyagvizsgálatánál eltérő értékeket mutatnak. (Az a_2 és a_4 együttthatók értékeinek meghatározására vonatkozó vizsgálatokat lásd 3.2.3. fejezet.)
- 9.) E egymagában a magas korreláció nem elegendő, emellett az illesztett modellnek eleget kell tennie a fent felsorolt nyolc feltételnek is együttesen.

Az ismertetettek szerint az illesztett modell megfelel a kilenc követelménynek, mégpedig magas korrelációval. Felmerült azonban a kérdés, hogy szükséges e megtartani az összes együttthatót. Erre a kérdésre ha a követelményrendszert vesszük figyelembe egyértelműen azt a választ adhatjuk, hogy igen szükséges, hiszen nélkülük nem adhatunk választ az előzőekben felmerültekre. Mégis figyelmen kívül hagyva a követelményeket, közlésre kerül itt néhány számítás eredménye azon kísérletből, melynek során bizonyos együttthatók elhagyása történt meg. A teljesség kedvéért ez is közlésre kerül.

A vizsgálat kiindulási pontja most is az illesztett felület, nevezetesen a

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 th(0,00627(\rho - a_3)) - 2,565 th(a_5(K - a_6)) + a_7$$

függvény.

A regressziós modellben eredetileg öt együttható került meghatározásra, az alábbiakban egy-egy illetve kettő sőt három elhagyása mellett kapott illesztések eredményei kerülnek elemzésre. A vizsgálatok eredményeit a XX. és XXI. táblázat tartalmazza külön a sík és hegyvidéki erdei fenyő esetén. A táblázatokban kihúzásra kerül az éppen elhagyott együttható vagy együtthatók, mind e mellett látható a többi együttható értéke, valamint a mindenkor korrelációs együttható nagysága.

XX. Táblázat

A regressziós modell együttható vizsgálatának eredményei a síkvidéki erdei fenyő esetén

a₁	a₃	a₅	a₆	a₇	R
29,709	419,404	0,652	3,133	34,969	0,8449
-	-	-1,588	-7,626	55,599	-
3991,09	-	0,627	2,911	-3927,5	0,8431
64,979	342,358	-	-	-	0,8089
23,015	455,683	-	-	43,578	0,8112
23,015	455,683	-35,963	-	41,013	0,8112
62,440	346,077	-2,287	-10,584	-	0,8090

XXI. Táblázat

A regressziós modell együttható vizsgálatának eredményei a hegyvidéki erdei fenyő esetén

a₁	a₃	a₅	a₆	a₇	R
18,909	483,902	2,249	17,451	46,443	0,8906
-	-	-0,962	-12,918	48,816	-
1887,13	-	0,448	2,661	-1827,0	0,8777
60,159	295,590	-	-	-	0,8734
18,909	483,902	-	-	49,009	0,8906
18,915	467,782	0,259	-	49,221	0,8918
57,649	299,864	-4,468	-49,672	-	0,8738

A táblázati értékek ismeretében a kiértékelés esetenként történik, figyelembe véve azt a tényt, hogy az illesztett függvénynek az összehasonlíthatóság végett egyszerre kell jó eredményt produkálnia mindkét különböző származás helyi anyagnál. Mind az már az előzőekből ismeretes, a táblázat együtthatókat jelölő fejléce alatt az eredeti csonkítatlan modell együtthatói találhatóak a hozzájuk tartozó R értékkel, majd ezt követik az egyes vizsgált esetek.

1.) A modell alakja:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = -2,565 \operatorname{th}(a_5(K - a_6)) + a_7$$

Alapjában véve a függvény egyváltozósá vált, mert a jobb oldal ρ - tól független, így nem használható hiszen a sűrűség nyomószilárdságra vonatkozó hatását nem lehet figyelmen kívül hagyni, egyébként pedig mindkét faanyag esetén az R értékre a program nem ad értékelhető adatot. E szerint az első esetet a továbbiakban alkalmatlannak tekinthetjük.

2.) A modell alakja:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 \operatorname{th}(0,00627(\rho)) - 2,565 \operatorname{th}(a_5(K - a_6)) + a_7$$

Mindkét anyag esetén a korrelációs együttható gyengébb értéket mutat, mint az eredeti modellek R értéke. Megjegyzendő tény viszont, hogy a síkvidéki anyag esetén az eltérés csekély. Fontos azonban az együtthatókra is odafigyelni, amelyek ebben az esetben ugyancsak szélsőségesek, különös tekintettel a_1 -re, amiről már ismeretes, hogy a ρ, σ parciális függvény kapcsolatban a meredekséget befolyásolja. Szembetűnő még az a_7 értéke, ami fizikailag végképp nem értelmezhető. Így ezen második eset sem bizonyul megfelelőnek.

3.) A modell alakja:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 \operatorname{th}(0,00627(\rho - a_3))$$

Ez a modell rokonságban van az első esetben bemutatott függvénnyel, hiszen az eredeti függvénynek ez is egy egyszerűbb parciális függvénye, nem tartalmaz függőleges eltolást sem, így csak az inflexiós pont első koordinátájánál nagyobb sűrűségi értékekre van értelmezve. A korreláció szorossága is kisebb mint az eredeti függvényé. Nem jöhet szóba alkalmazása a ponthalmazainkra.

4.) A modell alakja:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 \operatorname{th}(0,00627(\rho - a_3)) + a_7$$

Az itt sorra kerülő függvény az előző konstanssal bővített alakja, ezáltal a fizikailag értelmezhető értelmezési tartomány is bővül. Meg kell azonban jegyezni, hogy a dolgozat ezzel a függvénnyel már foglalkozott, és pedig az úgynevezett kismintás elővizsgálatoknál. Az itt kapott eredmény igazolja az ottani vizsgálat eredményét, hiszen itt nagy mintára történt az illesztés, az R értékében viszont csak nagyon kevés az eltérés, sőt javuló a tendencia. Érdekes megemlíteni, hogy ugyan a hegyvidéki erdei fenyő nyomószilárdsági értéke szinte függetlennek tűnik a K értékétől, addig a síkvidéki erdei fenyő korrelációs együtthatója szemmel láthatóan leromlik, ami arra következtetésre vezet, hogy nem hagyható figyelmen

kívül a pásztaarány, annál is inkább, hiszen a vizsgálat célja nem egy, hanem jelen esetben két független változós modell illesztése és annak vizsgálata.

5.) A modell alakja:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 th(0,00627(\rho - a_3)) - 2,565 th(a_5(K)) + a_7$$

Az itt tárgyalásra kerülő a_6 -ot nem tartalmazó modell rokonságban van a második esettel, hiszen az argumentumból törölt együttható az eltolás lehetőségétől fosztja meg a függvényt. Ennek egyenes következménye, hogy a K vonatkozásában gondok adódnak. Ezt támasztja alá az a_5 eltérő előjele a két különböző származáshelyi anyagnál, hiszen különben negatív pásztaarányokkal kellene számolni, ami nem helytálló. A fizikai értelmezhetőség viszont lehetetlenné vált éppen az eltérő előjel miatt egyszerre a két anyagra. A precizitás kedvéért azonban meg kell jegyezni, hogy míg a síkvidéki anyag esetén a korrelációs együttható jelentős romlást mutat, ezzel szemben a hegyvidéki erdei fenyőnél az R 0,0012-vel magasabb lett. Ez a tény azonban nem ok arra, hogy az utóbbi modellt fogadjuk el jónak pontosan az előzőkben felsorolt indokok miatt.

6.) A modell alakja:

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 th(0,00627(\rho - a_3)) - 2,565 th(a_5(K - a_6))$$

Az utolsó eset a felületet függőleges irányba eltoló a_7 -nélküli illesztés eredményeit mutatja. Már csak a korrelációs együttható jelentős csökkenése végett sem érdemes a függvény, nem beszélve arról, hogy adott, még fizikailag értelmes ρ és K értékek mellett, ha kiszámítjuk a nyomószilárdságot, akkor az negatív lesz.

Összefoglalva tehát a hat esetet, kimondható a felsorolt érvek alapján, hogy a megadott felületben a

$$\hat{\sigma}(\rho; K) = a_1 th(0,00627(\rho - a_3)) - 2,565 th(a_5(K - a_6)) + a_7$$

függvényben szükség van a feltüntetett együtthatókra. Azok valamelyikének elhagyása alkalmatlanná teszi a függvényt az adott két ponthalmazra való illesztésre. A felsorolt érvek általában a fizikai értelmezhetőségen nyugszanak, illetve matematikai megfontolásokon, valamint a korrelációs együttható értékének alakulásán. További statisztikai vizsgálat nem igényes, hiszen az alkalmazás szempontjai kerültek előtérbe a vizsgálat során, az pedig megkívánja a illesztés jóságát és nem utolsó sorban az illesztett függvényben szereplő együtthatók vagy azok kapcsolatának fizikai értelmezhetőségét.

4. A kutatási eredmények összefoglalása, hasznosíthatósága

4.1 A vizsgálatokból levonható következtetések

4.1.1 A kismintás vizsgálat eredményeinek összefoglalása

Az elővizsgálat során az eddigiektől eltérően az irodalmakban fellelhető lineáris és szokványosabb nem lineáris regressziók helyett egy tangens hiperbolikus függvény, a

$$\hat{\sigma} = a \cdot th(d(\rho - b)) + c$$

illesztése történt meg, mégpedig rönkönként vételezett kismintákra, valamint a kismintákból egyesített nagy mintákra fő szöveti részenként a sűrűség és a nyomószilárdság kapcsolatára. Az illesztett függvény megfelelő korreláció mellett ($r_{\min} = 0,7486$) írja le a sűrűség és nyomószilárdság kapcsolatát, mind a kisminták mind az összesített nagyminta esetén szöveti részenként. Kimondható, hogy az illesztett tangens hiperbolikus függvény alkalmas a kapcsolat jellemzésére.

Újszerű megközelítés emellett a függvény inflexiós pontjának vizsgálata, melynek koordinátái $P_{\text{inf}}(\rho; \sigma)$ egyfajta speciális átlagértékeknek tekinthetők, fizikailag értelmes sűrűségi és nyomószilárdsági értékek, így a szokásos statisztikai eljárások mellett új lehetőséget biztosítanak az összehasonlításra a különböző szöveti részek vonatkozásában.

Az itt kapott eredmények egybe csengenek a hagyományos statisztikai t-próbás vizsgálatok eredményeivel, miszerint kimondható, hogy jelentős a geszt, szijács és juvenilis fa sűrűség és nyomószilárdsági eltérése. A legnagyobb az eltérés a geszt és a szijács között, mind a sűrűség, mind pedig a nyomószilárdságra nézve. Kisebb a differencia a geszt és juvenilis fa, valamint a szijács és juvenilis fa esetében. Ezen eredményeket alátámasztják a t-próbák is, melyek mindegyike szignifikáns eltérést mutatott.

Fontos megállapítani azt a tényt, miszerint labilitás mutatkozott a szijács és juvenilis fa mintáinak vizsgálatainál, ami egyben arra utal, hogy ha megbízható faanyag vizsgálati eredményeket szeretnénk, akkor a geszt használata az ajánlott, bár a juvenilis rész elkülönítése gyakran nehézségbe ütközik.

Továbbiakban kimondható, hogy az elővizsgálat fentiekben leírt eredményei indokolják azt, hogy a fővizsgálat során a felhasznált anyag az érett gesztből legyen vételezve, továbbá alkalmasnak bizonyul az itt használt regressziós modell továbbfejlesztése, megfelelő követelmények kialakításával.

4.1.2 A sík- és hegyvidéki erdei fenyő vizsgálatának eredményei

A fővizsgálat kettős feladatot látott el, melynek egyike az volt, hogy legyen kimutatható a sík és hegyvidéki erdei fenyőben jelentkező eltérés a sűrűség, pásztaarány valamint a nyomószilárdságra nézve, illetve az eddigiektől eltérően vizsgálandó a sűrűség, pásztaarány valamint a nyomószilárdság kapcsolata, melyet feltehetően egy kétváltozós függvény ír le $(\rho; K) \mapsto \sigma(\rho; K)$, aminek viszont egy előre megadott követelmény rendszernek kell eleget tennie (3.2.3. fejezet).

Az elővizsgálatok eredményeit hasznosítva sikerült találni egy olyan fizikailag is alkalmasnak mondható függvényt, ami eleget tesz az előre megadott követelményeknek. Ez a függvény két tangens hiperbolikus összegéből lett előállítva, nevezetesen:

$$\hat{\sigma} = a_1 \operatorname{th}(a_2(\rho - a_3)) + a_4 \operatorname{th}(a_5(K - a_6)) + a_7,$$

melyben a_2 és a_4 értéke kísérletileg került meghatározásra.

$$a_2 = 0,00627 \qquad a_4 = -2,565$$

Az illesztésnél adódó korrelációs együtthatók $R_{\text{síkvidéki}} = 0,8449$, $R_{\text{hegyvidéki}} = 0,8906$ kielégítők annál is inkább hiszen itt már egy felületről van szó. Az illeszkedéshiány vizsgálatnál kapott eredmények sem indokolják ennek ellenkezőjét.

A korrelációs együtthatók (XII. és XIII. táblázat) vizsgálatából egyértelműen kimutatható mindkét faanyagra, hogy a kapcsolatban a sűrűség a domináló tulajdonság a pásztaarány befolyása kisebb, de az arány a két anyag esetén különböző, így nem hagyható figyelmen kívül a pásztaarány szerepe sem.

Már önmagában a felületek különbözősége is arra utal, hogy jelentős az eltérés a két származáshelyi anyag között.

Az említettek mellett a függvényből leolvashatók az úgynevezett síkpont koordináták, melyek fizikailag értelmezhető jellemző adatát adják a sűrűségnek valamint a nyomószilárdságnak. A pásztaarány a hegyvidéki erdei fenyő esetén túl magas értéket mutat, ami egyben azt jelzi, hogy itt rendkívül jelentős az eltérés a síkvidéki anyaghoz képest. Különbség mutatkozik a sűrűség és a nyomószilárdság esetén is, ami természetesen a hegyvidéki erdei fenyő javára írható.

A függvényből speciális átlag értékeket kapunk tehát ρ , K és σ vonatkozásában, amely értékek utalnak a már említett eltérésre, mégpedig, hogy a síkvidéki erdei fenyő esetén a ρ és σ érték alacsonyabb az irodalmakban megadott átlagnál, azonban fizikailag megfelelőek.

A pásztaarány viszont a viszonylag magas értéke miatt csak mint a két anyag közötti eltérést jellemző mutató vehető figyelembe.

Az egységnyi ρ változásra eső σ változás értéke (növekedési mérték) a síkpontban arra utal, hogy a hegyvidéki erdei fenyő szilárdsági szempontból kedvezőbb, a változás mértéke kisebb.

Az egységnyi K változásra eső σ változás mértéke (csökkenési mérték) a síkpontban vizsgálva ismét csak a jelentős különbségre utal a két faanyag között, de ez nem mértékadó érték.

Az illesztett függvényből megadásra került egy technológiailag elfogadható intervallum a nyomószilárdságra vonatkozólag. Összehasonlítva a két anyagra nézve megállapítható, hogy a felső határok szinte azonosak, míg a síkvidéki erdei fenyő alsó határa jelentősen kisebb értéket vesz fel. Így az intervallum hossza is utal a síkvidéki erdei fenyő eltérő egyenetlen struktúrájára.

Az illesztett függvény parciális deriváltjaiból lehetőség nyílik technikailag értelmezhető sűrűségi határok megadására, ezeket számítva az irodalomban megadott értékeknél valamivel alacsonyabb értékeket kapunk, különösen a síkvidéki esetben.

Lehetőség adódik a pásztaarány határok számítására, ahol a síkvidéki erdei fenyő esetén értékmérő, a hegyvidéki anyag esetén viszont túlságosan magas értékeket kapunk, így itt csak az anyagok közti eltérésre utalhatunk.

A felsoroltakból adódik, hogy az illesztett függvény együtthatói illetve az ezekből számítható jellemzők fizikailag és technológiailag értelmezhetők és megfelelően dimenzionálhatók. A sűrűség és nyomószilárdság vonatkozásában az értékek megfelelő nagyságrendűek, a pásztaarány a síkvidéki esetben még elfogadható értékű, viszont a hegyvidéki erdei fenyő esetében túlságosan magas. Ez a különbség a két anyag eltérő évgyűrűszerkezetének a következménye, és mivel az összehasonlítás csak akkor lehetséges, ha mindkét esetben ugyanazt a függvényt illesztjük, így elkerülhetetlen. (Esetleges változtatás azt eredményezheti, hogy a hegyvidéki erdei fenyő esetén értékileg helyes lesz a K , viszont a síkvidéki anyag esetén mutatkozik majd nem megfelelő nagyságrend.)

További vizsgálatok kimutatták, hogy a regressziós modellben szereplő együtthatókra szükség van. Ezek egyes elhagyása nem ad eredményt, a függvény fizikailag értelmezhetetlen. A pásztaarány vonatkozásában az itt kapott eredmény egyezik a korrelációs koefficiensek számításából kiolvashatókkal, valamint alátámasztja a minta elemszám növekedése révén is az úgynevezett kismintás elővizsgálatnál kapott eredményeket. Miszerint a K , mint változó, regressziós modellből történő elhagyása következtében keletkező egyváltozós függvény a sűrűség és nyomószilárdság vonatkozásában magas r értéket ad meg, ami megfelel az elővizsgálatok eredményeinek. Viszont a síkvidéki erdei fenyőnél jelentős mértékben lecsökken az így számított r az eredeti kétváltozós függvény korrelációs együtthatójához képest. Így tehát nem indokolt a pásztaarány figyelmen kívül hagyása a vizsgálatok során, mégpedig különösen a síkvidéki faanyag esetén.

4.2 A vizsgálatokból kapott eredmények hasznosíthatósága

Mint ismeretes tény, a XXI. században ismét előtérbe kerül az emberbarát anyagok alkalmazása az ipar számos területén, így a faanyag a felhasznált anyagok sorában rendkívül előkelő helyen szerepel. Mivel azonban a felhasználó mennyiségi és egyben minőségi igénye egyre nagyobb, az elő fa növekedési sebessége viszont sajnos ehhez nem alkalmazkodhat, így előbb vagy utóbb hiányokkal kell majd megküzdeni. Mindezek figyelembe vétele arra ösztönöz, hogy a felhasználás során célszerű különösen nagy odafigyeléssel lenni a rendelkezésre álló anyag minőségére nézve is. Az itt elvégzett vizsgálatokból számos eredmény jól hasznosítható.

Az elővizsgálatból először is javasolandó, hogy az eddigiekben alkalmazott regressziós modellek helyett a bemutatott tangens hiperbolikus kerüljön alkalmazásra a sűrűség és nyomószilárdság vonatkozásában. Ennek segítségével könnyen előállíthatók a különböző technológiáknak megfelelő intervallum határok a fizikai jellemzőkre. A függvény inflexiós pontja egyben a támpont a vizsgált anyag fizikai jellemzőihez, koordinátáinak segítségével állíthatók elő a már említett intervallum határok, például a nyomószilárdság határai, ami egyben azt a célt is szolgálhatja, hogy általa kiszűrhetők a szélsőséges, esetleges hibás adatok.

Fontos továbbá megemlíteni a fő szöveti részek vizsgálatának eredményeit, miszerint a szijács és juvenilis fa ugyan magasabb sűrűségi és nyomószilárdsági értékeket jelez a gesztnél, azonban ezen szöveti részeknél egy jelentős labilitás mutatkozik a vizsgált jellemzőknél, szemben az érett geszttel. Így felhasználás szempontjából célszerűnek tűnik a geszt használata az igényesebb feldolgozás esetén, még akkor is, ha sűrűségi és nyomószilárdsági értékei alacsonyabbak.

A fővizsgálatból először is javasolható szemben az eddigi irodalmakban előforduló regressziós modellek helyett a jelen esetben egy összetettebb modell használata. Nevezetesen ez azt jelenti, hogy a nyomószilárdság sűrűség kapcsolatából nem célszerű eliminálni a pásztaarányt, így a modell egy kétváltozós tangens hiperbolikus függvény.

Kijelenthető továbbá, hogy ennek segítségével megadhatók ismét a különböző technológiai intervallumok a sűrűség és nyomószilárdság esetében.

Az illetett felület síkpont koordinátái egy újszerű átlaggal, nem aritmetikai átlaggal jellemzik a vizsgált anyagi tulajdonságokat. Ismeretet kapunk továbbá az adott pontban történő egységre jutó fizikai jellemző változási meredekségére, ami felhasználás szempontjából fontos tényező lehet.

A további legfontosabb megállapítások pedig a sík és hegyvidéki származáshelyi anyag összevetésére vonatkoznak, melyek a következők:

A két vizsgált anyagra elvégzett mind hagyományos statisztikai, mind pedig új vizsgálatok azt mutatják, hogy tulajdonságaik, így a sűrűség, nyomószilárdság és pásztaarány eltérők. Az illetett felületből azonban ennél sokkal többet tudhatunk meg. Először is arra kapunk jelzést, hogy a nagymintából számított aritmetikai átlagokkal bizony óvatosan kell bánni, jelentős a szórás, valamint az irodalmi adatokhoz képest magas értékek nem biztos, hogy számunkra kedvezőek (lásd az eltérő évgyűrűszerkezetet). A síkpont koordinátákból egyértelmű jelzést kapunk arra nézve, hogy ha

összehasonlítást végzünk, akkor ezeknek az értékeknek a síkvidéki anyagnál valójában a hegyvidéki fafaj jellemzői alatt kellene maradniuk, már csak a sokkal inhomogénebb szerkezeti felépítés miatt is. Az alapvető problémát tehát a pásztaarány, illetve az ezzel jellemezhető évgyűrűszerkezet labilitása adja.

Levonható az illesztésekből az a következtetés, hogy míg a hegyvidéki erdei fenyő esetén a pásztaarány hatása nem jelentős a sűrűség és nyomószilárdság kapcsolatában, addig a síkvidéki fafajnál a pásztaarány nem hagyható figyelmen kívül. Így tehát ha a nyomószilárdságra technológiai határokat akarunk adni, akkor a hegyvidéki anyag esetén ha csak az egyváltozós sűrűség-nyomószilárdsági tangens hiperbolikus függvényt használjuk, még nem követünk el jelentős mértékű hibát, viszont a síkvidéki erdei fenyő esetén már igen. Itt feltétlenül ajánlott a pásztaarány mint független változó felvétele a modellbe, így ez esetben a kétváltozós tangens hiperbolikus ad megbízhatóbb eredményeket. Természetesen a két különböző termőhelyű anyag használhatósága nem minősíthető kizárólag a vizsgált jellemzők kapcsolatának ismerete alapján, hiszen a hajlítószilárdság is fontos minősítő elem. A módszer azonban alkalmasnak bizonyult az újszerű összehasonlításra. Egyértelműen kimutatható a különbség a két anyag között, amit jeleznek a síkpont koordináták, valamint a számított intervallumhatárok, változási jellemzők. Az újszerű összehasonlító módszer az egyenletes évgyűrű struktúrával rendelkező hegyvidéki anyagra ad meg kedvezőbb értékeket.

5. A további kutatási lehetőségek

Mint ismeretes, a kutatás célja a sík- és hegyvidéki erdei fenyő összehasonlító vizsgálata volt, valamint egy megfelelő kétváltozós függvény megkeresése, amely függvény leírja a sűrűség és pásztaarány mint független, a nyomószilárdság mint függő változó kapcsolatát. Az erre nézve kapott eredmény arra utal, hogy míg a hegyvidéki erdei fenyő esetében a pásztaarány szerepe nem domináns, addig a síkvidéki fenyő esetén jelentős tényező. Így vizsgálva a rávonatkozó mért legkisebb értéket, amely egyben a nagyminta pásztaarány terjedelmének alsó határa, megállapítható, hogy célszerű lenne ennek még további elemzése, esetleges kritikus alsó határ megadása. Ehhez azonban további nagy részletességű vizsgálatokra van szükség. Továbbá megkísérelhető az elvégzett vizsgálat további finomítása oly módon, hogy a szélsőségesnek mondott mérési eredményeket figyelmen kívül hagyjuk. Ennek eredményei nyilvánvalóan még kedvezőbbnek bizonyulnak. Ugyancsak megkísérelhető a nagymintás vizsgálat külön-külön a fő szöveti részekre való elvégzése, itt vizsgálhatóvá válna, hogy a síkvidéki anyag esetén melyik szöveti részben a legdominánsabb tényező a pásztaarány. Ennek lebonyolításához használható a már itt alkalmazott kétváltozós függvény, de természetesen a minta elemszám el kell, hogy érje az itt alkalmazott érték nagyságrendjét, még ha ez nehézségekbe is ütközik. A vizsgálat tovább fejleszthető azáltal, hogy a hajlítószilárdság alakulása figyelemmel kísérendő.

6. A felhasznált illetve kapcsolódó irodalmak

- (1.) Állami Erdészeti Szolgálat: Magyarország erdőállományai. Budapest, 2001.
- (2.) MÁRKUS L.: A fenyvesek ökonómiai kérdései. In. Bondor : A fenyő termesztése és hasznosítása. Mg.Kiadó, Budapest, 1987.
- (3.) MÁRKUS L.: Az erdei fenyőre vonatkozó ökonómiai vizsgálatok. Az Erdő, 1983.4.p. 151-154.
- (4.) MOLNÁR S.: Faanyag-ismerettan. Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest, 1999.
- (5.) MÜLLER-STOLL, W.R.: Die Dimensionen der Porenwege des Nadelholzes, berechnet nach dem Hagen-Poiseuille'schen Gesetz. In: Holztechnologie, 1990. 3-4. p. 118-122.
- (6.) HÄNSEL, B.: Modellvorstellungen zur Beeinflussung der Biegefestigkeit von Vollholz durch Äste, In: Holztechnologie, 1990. 3-4. p. 151-154.
- (7.) LANGE, W.: Die Verteilung der Extraktstoffe in Stammholz von Pinus Sylvestris. In: Holz als Roh- und Werkstoff, 1989. v.47. n.12. p. 487-489.
- (8.) NARKUS, F.: Einfluss der Holzfeuchte und des Splint-Kernholz-Verhältnisses auf die Tränkmittelaufnahme bei der Kesseldrucktränkung von Kiefernholz. In: Holztechnologie, 1988. v. 29. n.5. p.39-45.
- (9.) KALL, T.: Der Jahrringaufbau der Kiefer (Pinus Silvestris) und seine Jährlichen Variationen – röntgendensitometrische Jahrringanalyse an Kiefer aus Südwestdeutschland und Südnorwegen mit dendroklimatischer und dendrochronologischer Auswertung. In: Mitteilungen Forstliche Versuchs- und Forschungsanstalt, Baden-Württemberg, 1989.
- (10.) KOLLMANN, F.: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Springer Verlag, Berlin, 1951.
- (11.) BODIG, J. – JAYNE, B. A.: Mechanics of Wood and Wood Composites. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1982.
- (12.) OGURCOV, V. V.: Metrologicheskie aspekty opredelenija Koehfficientov korreljacji mezhdu mekhanicheskimi parametrami drevesiny. In: Lesnoj zhurnal, 1989. n. 2. p. 59-62.

- (13.) ATROSCHENKO, O. A.: Sistema modelirovanija stroenija Drevostoev po diametru. In: Lesnoj zhurnal, 1989. n. 2. p. 3-7.
- (14.) POPKOV, M.: Opredelenie predel'noj gistoty i polnoty sosnovykh drevostoev. In: Lesnoj zhurnal, 1988. n. 6. p. 63-67.
- (15.) KELLOGG, R.M. – IFJÚ G.: Influence of specific gravity and certain other factors on the tensile property of wood. Forest Products Journal , 1962.12. p. 36-40.
- (16.) LOW, A.J.: A study of compression wood in Scots pine. Forestry 1964.37. p. 179-201.
- (17.) PESZLEN I.: A juvenilisfa jellemzőit és a reakciófa előfordulását befolyásoló tényezők elemzése ültetvények faanyagában. OTKA zárójelentés, Sopron, 1999.
- (18.) VARGA G. - PESZLEN I - SZOJÁKNÉ T.K. – MÁTYÁS CS.: Ültetési hálózat hatása a nyersanyagminőségre erdeifenyő ültetvényekben. Faipar 1. 1998. p. 33-35.
- (19.) GENCSI L.: Az erdeifenyő klónok összehasonlító anatómiai vizsgálata. EFE Tud. Közl.3. 1973. p. 57-74.
- (20.) CSANÁDY V.: Számítógépekre konvertált nem hagyományos regressziós eljárások faipari – erdészeti kutatási és műszaki problémákhoz. Műszaki doktori értekezés, Sopron, EFE, 1993.
- (21.) CSANÁDY V.: Telítési függvény egyes regresszióinak numerikus összehasonlítása. NyME. Tud.Közl. Sopron, közlésre leadva
- (22.) CSANÁDY V.: Normális eloszlású eredeti faanyagkészlet becslése maradványból. Soproni Egyetem, Tud. Közl. Sopron, 1999. 45.évf. p. 9-19.
- (23.) JANISCH, E.: Das Exponentialgesetz als Grundlage einer vergleichender Biologie. Springer Verlag, Berlin, 1927.
- (24.) KUČERA, L. J. – BOSSHARD, H. H.: Holzeigenschaften Geschädigter Fichten. Birkhäuser Verlag, Basel, 1989
- (25.) WIMMER, R.: Beziehungen zwischen Jahrringparametern und Rohdichte von Kiefernholz. In: Holzforschung und Holzverwertung, 1991. Nr.4. 78-81.
- (26.) ESEKIEL, M. – FOX, K.: Korreláció- és regresszióanalízis. Közgazdasági és Jogi K., Budapest, 1970.

- (27.) FABIAN, V.: Statistische Methoden. Verlag der Wissenschaften Berlin, 1970.
- (28.) KÖVES P.: Általános statisztika. Közgazdasági és Jogi K., Budapest, 1973.
- (29.) LINNIK, J.W.: Die Methode der kleinsten Quadrate in moderner Darstellung. Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1961.
- (30.) LUKÁCS O.: Matematikai statisztika. Műszaki K., Budapest, 1987.
- (31.) RALSTON, A.: Bevezetés a numerikus analízisbe. Műszaki K., Budapest, 1969.
- (32.) SACHS, L.: Statistische Auswertungsmethoden. Springer Verlag, Berlin, 1968.
- (33.) SACHS, L. – SCHAFER, Th.: Regressions- und Varianzanalyse. Springer Verlag, Berlin, 1978.
- (34.) STANGE, K.: Angewandte Statistik. Springer Verlag, Berlin, 1971.
- (35.) STEINER F.: A geostatisztika alapjai. Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.
- (36.) REIMANN J.: Valószínűségelmélet és matematikai statisztika mérnököknek. Tankönyvkiadó, Budapest, 1992.
- (37.) MURRAY, R.: Statisztika, PANEM – McGRAW – Hill, 1995.
- (38.) KORPÁS Attiláné.: Általános statisztika II. Nemzeti Tankönyvkiadó Budapest, 1997.
- (39.) SZILÁGYI F.: Fák és cserjék – Nyitvatermők.
In: www.mek.iif.hu/porta/szint/termesz/biologia/fenyok.htm
- (40.) BABOS K.- FILÓ Z.- SOMKUTI E.: Haszonnfák. Műszaki K., Budapest, 1979.
- (41.) MOLNÁR S.: Erdeifenyő, Magyar Asztalos, 1995.1. p. 72-73.
- (42.) BOSSHARD, H. H.: Holzkunde. Mikroskopie und Makroskopie des Holzes. Birkhäuser Verlag, Basel, 1974.
- (43.) WITTMAN Gy.: Termőhelyi adottságok befolyása a faanyag fizikai és mechanikai tulajdonságaira. Az Erdő. 1985.7. p. 311-317.

- (44.) ORBAY L.: A többváltozós regressziószámítások alapja és fagazdasági alkalmazása. Kozák A. prof. előadásai alapján készült egyetemi jegyzet, EFE, Sopron, 1990.
- (45.) PELZ, D. R.: Einführung in die biologische Statistik für Forststudenten. Teil II. Skriptum zur Vorlesung, Uni.Freiburg, Freiburg, 1989.

Köszönetnyilvánítás:

Köszönetet mondok elsősorban témavezetőmnek, Dr. Molnár Sándor professzornak, aki lehetőséget nyújtott számomra, hogy intézetének keretében kutatásaimat végezhettem, illetve disszertációm elkészíthettem. Köszönet illeti Dr. Kozák Antal professzor urat, aki hozzáértő kritikájával munkámat segítette. Valamint köszönet mind azon kollegának aki valamilyen módon munkámat elősegítette.

Függelék

1.számú melléklet
A síkvidéki erdei fenyő elővizsgálatának összesített adathalmaza

Geszt

Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
432,01	32,621
432,03	28,143
433,03	27,193
437,01	34,191
438,01	32,671
438,03	32,103
443,04	32,614
445,04	32,904
446,02	32,772
447,04	32,784
449,01	28,251
449,02	34,422
452,02	34,232
453,01	38,261
453,03	32,773
455,04	34,354
456,01	36,041
456,03	38,973
459,03	35,463
460,03	34,363
465,04	35,494
467,02	35,652
468,06	33,276
469,03	36,983
469,05	34,585
470,05	30,605
471,01	40,791
471,06	34,096
474,05	36,585
475,06	35,156
476,05	34,255
477,01	39,171
477,02	38,482
478,03	36,903
478,04	38,574
478,06	36,926
482,01	38,281
483,06	37,406
484,01	33,671

Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
485,01	42,401
486,01	35,791
486,05	36,815
488,02	41,342
488,04	39,994
489,02	38,542
492,04	38,904
492,06	39,516
493,03	39,813
495,02	39,862
495,06	38,886
496,05	38,095
497,02	40,782
497,04	39,944
499,04	40,874
502,01	42,891
504,06	41,726
505,02	40,202
506,02	41,682
506,05	40,345
507,04	41,574
508,05	36,095
510,04	41,024
510,06	40,926
514,05	40,825
515,06	42,836
522,02	41,162
524,06	42,316
528,04	41,654
528,06	43,016
530,05	42,375
531,06	42,906
542,05	38,915
543,05	38,985

2. számú melléklet
A síkvidéki erdei fenyő elővizsgálatának összesített adathalmaza

Szijács

Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
493,05	40,795
494,05	43,105
499,04	44,654
507,05	43,055
508,01	44,301
511,04	52,424
516,01	48,491
517,05	43,855
519,01	46,361
520,01	46,381
522,04	51,954
524,01	43,331
524,04	50,434
525,01	55,831
525,05	42,785
526,01	51,011
526,04	55,794
527,05	45,305
528,05	43,865
529,01	52,901
531,01	52,831
531,06	58,526
532,03	47,763
533,04	54,024
534,05	45,785
536,02	43,062
537,01	53,111
537,03	47,823
537,05	47,455
538,01	56,021
538,05	44,005
539,02	44,702
539,05	53,025
540,01	56,031
540,02	46,902
542,02	51,622
543,02	45,262
543,06	54,016
545,02	48,442

Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
546,02	44,372
547,01	56,991
547,02	49,602
548,02	55,242
548,06	54,076
549,03	52,763
550,02	50,112
551,02	46,582
551,04	56,334
552,06	60,006
553,02	54,032
556,05	51,545
557,06	61,756
558,04	53,984
558,06	63,626
559,04	61,634
560,02	57,692
560,06	61,156
561,03	56,853
561,06	61,606
562,04	63,114
563,03	51,423
563,05	59,285
566,03	55,943
567,04	56,624
567,06	65,246
568,04	61,754
568,06	67,506
569,03	63,543
571,03	59,253
575,03	54,563
583,03	64,283
574,03	60,703
587,03	62,163

3. számú melléklet
A síkvidéki erdei fenyő elővizsgálatának összesített adathalmaza

Juvenilis

Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
430,01	42,731
435,01	43,291
438,03	38,503
440,04	43,404
441,03	40,183
441,04	43,124
447,04	41,054
449,04	43,014
453,04	44,734
454,04	41,704
454,05	39,775
458,02	46,042
460,06	38,176
462,02	45,772
462,06	39,456
463,06	42,536
464,05	36,805
465,04	42,734
465,05	35,025
467,00	32,330
467,06	42,706
468,04	46,554
469,06	44,526
471,03	47,653
471,06	48,436
475,04	43,834
476,01	44,291
476,06	47,546
477,01	43,831
477,05	38,085
478,05	40,595
481,05	43,245
481,06	50,376
482,06	51,446
483,03	47,323
484,02	44,862
484,03	44,363
484,06	48,756
487,01	49,671

Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
488,03	46,703
492,04	43,674
492,06	49,076
494,01	48,281
496,05	43,435
499,02	49,232
501,04	49,264
506,06	51,196
508,01	55,171
509,03	51,603
513,02	49,702
515,01	54,651
518,05	41,305
519,02	49,472
524,03	54,713
525,03	53,823
526,05	46,935
529,02	53,112
532,02	49,842
532,04	47,624
534,04	49,714
535,02	48,652
538,01	56,491
538,05	52,815
539,02	54,362
539,06	55,896
540,02	53,252
541,02	53,262
542,03	54,123
548,02	54,362
552,03	52,623
564,01	53,651
572,01	58,431
574,01	56,741
575,01	52,421
587,03	56,193

4. számú melléklet
Hegyvidéki erdei fenyő (Sopron)

Sorszám	Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Pásztaarány (K) <i>mm · mm⁻¹</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
1	515,597	4,156	50,457
2	505,063	4,305	50,758
3	547,551	3,173	57,025
4	521,861	3,183	53,812
5	485,665	5,744	47,907
6	455,544	4,595	47,978
7	533,455	4,000	53,257
8	479,907	4,220	51,423
9	502,873	4,592	49,335
10	525,542	3,301	50,814
11	506,155	3,064	50,225
12	549,383	2,505	55,132
13	506,022	3,890	53,137
14	509,646	3,392	53,216
15	425,877	4,520	42,420
16	527,305	3,085	52,923
17	497,185	3,397	50,223
18	522,163	4,121	53,245
19	495,836	4,500	50,225
20	517,478	2,900	51,886
21	507,015	4,310	53,124
22	559,207	3,172	58,887
23	462,095	4,093	48,010
24	515,051	3,991	52,909
25	506,322	4,141	51,442
26	521,219	3,111	52,450
27	524,092	4,708	51,288
28	509,389	4,058	49,976
29	542,189	3,102	58,343
30	522,516	4,056	54,781
31	534,714	3,875	57,847
32	483,300	3,714	50,655
33	457,624	3,725	47,612
34	495,243	2,871	51,293
35	546,236	2,778	55,770
36	545,453	2,498	59,920
37	506,359	2,655	51,807
38	519,337	4,365	52,908
39	485,926	4,376	52,395

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztaarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
40	436,212	5,340	43,188
41	501,165	3,854	50,992
42	507,182	4,761	53,685
43	507,206	3,466	50,327
44	524,404	4,539	50,608
45	554,271	3,375	57,877
46	555,794	2,663	59,401
47	529,351	2,917	58,337
48	516,559	3,256	54,254
49	494,952	4,159	52,504
50	516,601	3,568	51,279
51	550,464	2,103	54,203
52	426,739	3,962	42,521
53	514,949	3,024	51,718
54	434,166	4,273	41,873
55	529,473	4,076	56,879
56	516,119	4,444	48,548
57	519,683	3,762	50,583
58	496,004	3,619	50,930
59	505,929	4,429	53,058
60	551,860	3,384	57,719
61	429,101	4,017	42,760
62	507,140	3,971	53,251
63	428,331	2,778	42,682
64	503,716	5,850	52,073
65	545,287	2,580	59,020
66	464,239	3,577	47,726
67	428,447	3,222	42,679
68	539,812	3,578	58,431
69	479,330	5,200	45,161
70	475,613	3,150	46,746
71	544,739	3,010	57,383
72	425,885	4,486	42,884
73	427,645	4,021	42,601
74	499,524	6,414	50,986
75	542,296	3,738	55,190
76	455,377	4,064	44,397
77	540,622	3,703	57,286
78	541,239	2,919	54,199
79	510,812	3,350	49,942

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztaarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
80	493,308	4,693	54,741
81	484,581	3,435	47,190
82	480,416	3,383	46,401
83	426,039	3,019	42,440
84	512,312	4,875	54,366
85	464,186	4,010	47,692
86	515,305	3,678	52,466
87	461,858	2,853	47,692
88	453,584	5,203	44,177
89	500,932	5,529	52,750
90	460,058	4,650	45,062
91	451,244	3,761	44,497
92	495,046	4,112	48,865
93	532,849	3,417	54,902
94	455,049	5,936	45,702
95	501,436	6,545	52,497
96	541,977	3,216	56,458
97	510,389	3,566	53,948
98	544,226	2,986	55,883
99	465,718	4,561	46,003
100	510,847	5,128	53,163
101	545,331	3,618	55,005
102	556,838	3,489	53,819
103	554,608	2,831	53,868
104	426,130	3,562	42,436
105	429,928	4,112	42,842
106	537,313	2,634	54,318
107	429,775	4,226	42,825
108	549,159	3,515	52,526
109	558,244	3,916	57,232
110	547,351	4,053	55,264
111	535,417	3,129	54,867
112	543,651	4,303	55,639
113	528,391	3,317	54,692
114	558,164	3,700	57,251
115	541,888	3,189	58,010
116	544,060	3,246	55,152
117	544,074	3,624	52,759
118	521,211	2,676	57,167
119	537,557	3,265	57,500

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztaarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
120	478,332	5,611	49,723
121	504,133	4,567	54,230
122	510,382	4,282	55,378
123	457,381	6,505	44,870
124	451,915	4,842	46,494
125	452,739	5,542	45,941
126	518,545	4,888	50,763
127	557,693	3,502	57,182
128	496,714	4,028	46,865
129	504,145	4,324	54,339
130	503,689	4,489	54,632
131	492,610	5,373	49,449
132	514,255	4,168	55,576
133	471,726	4,736	48,887
134	501,604	4,441	53,579
135	518,189	4,119	55,504
136	558,251	3,662	57,240
137	501,389	5,792	45,477
138	452,671	4,747	44,157
139	525,718	4,234	50,478
140	486,730	6,090	49,088
141	484,969	4,203	48,353
142	515,245	5,011	55,152
143	505,651	4,072	47,816
144	502,536	4,467	52,577
145	501,264	4,935	50,730
146	477,279	4,871	48,014
147	515,205	3,883	51,667
148	556,213	2,918	57,058
149	499,174	3,764	48,096
150	550,401	4,072	56,470
151	511,469	4,865	55,733
152	500,022	5,105	54,093
153	520,587	4,420	54,103
154	483,454	4,432	48,369
155	488,477	4,632	46,213
156	470,987	5,483	48,099
157	547,375	3,228	56,315
158	492,012	5,000	48,858
159	551,427	3,998	6,566

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
160	481,552	4,197	46,770
161	517,596	4,895	50,735
162	495,820	4,487	1,617
163	472,786	5,590	50,530
164	482,013	5,882	48,588
165	557,037	3,512	57,107
166	478,278	5,248	46,306
167	444,104	4,669	44,473
168	512,615	5,305	54,996
169	514,590	4,284	52,689
170	501,447	3,827	53,634
171	490,356	3,627	49,442
172	510,921	5,317	55,436
173	471,360	4,645	47,451
174	510,081	3,106	54,797
175	511,801	4,647	47,285
176	499,273	4,780	51,815
177	490,634	4,595	46,717
178	509,902	3,785	53,794
179	517,062	4,638	51,966
180	513,706	4,986	50,941
181	464,061	4,661	48,464
182	459,148	4,556	44,740
183	521,041	5,305	54,442
184	523,901	5,521	52,786
185	495,300	4,277	49,010
186	540,789	4,322	53,127
187	514,874	6,268	49,933
188	514,505	5,838	50,889
189	511,113	4,875	48,232
190	482,074	4,368	45,868
191	511,626	5,464	48,474
192	512,447	5,595	53,593
193	552,011	3,411	56,613
194	483,988	4,790	51,330
195	515,365	4,764	49,276
196	508,155	4,575	52,930
197	520,223	4,838	52,375
198	514,229	4,596	49,576
199	552,103	3,171	56,641
200	511,328	4,690	53,963

5. számú melléklet
Síkvidéki erdei fenyő (Bugac)

Sorszám	Sűrűség (ρ) <i>kg · m⁻³</i>	Pásztaarány (K) <i>mm · mm⁻¹</i>	Nyomószilárdság (σ) <i>MPa</i>
1	495,696	3,516	47,576
2	499,571	2,023	50,352
3	587,058	2,342	62,113
4	602,755	1,976	57,731
5	616,151	1,671	64,565
6	587,220	2,270	57,959
7	538,481	2,826	54,491
8	580,622	2,255	58,910
9	614,987	2,211	64,495
10	544,094	2,690	53,838
11	574,587	1,870	59,986
12	577,109	2,500	60,924
13	510,345	1,968	51,919
14	541,283	3,220	56,550
15	586,757	2,362	60,052
16	577,933	2,087	59,697
17	573,573	2,321	57,507
18	609,792	2,209	59,696
19	563,279	2,792	57,701
20	556,874	2,365	57,306
21	560,942	2,775	58,948
22	551,821	2,595	55,276
23	578,175	2,728	57,368
24	581,543	3,200	58,164
25	579,457	2,402	60,285
26	573,144	2,125	59,639
27	573,376	2,818	57,363
28	512,371	2,115	52,045
29	577,699	2,241	58,867
30	590,045	2,274	61,697
31	595,807	2,183	62,684
32	540,651	3,002	54,017
33	562,085	2,371	56,977
34	582,943	3,152	56,827
35	594,167	2,471	62,010
36	518,592	3,614	50,605
37	572,740	2,481	59,045
38	520,713	2,318	52,903
39	519,424	2,196	52,898

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
40	584,685	2,654	59,720
41	603,577	2,969	60,153
42	546,103	3,496	54,780
43	556,949	2,464	53,428
44	600,642	2,055	62,755
45	640,907	2,244	61,331
46	559,200	3,061	57,836
47	610,198	2,522	62,470
48	556,106	2,597	56,337
49	596,121	3,122	60,696
50	576,335	3,086	59,933
51	590,578	3,082	59,261
52	584,213	3,670	57,317
53	591,049	3,332	58,300
54	587,739	3,790	58,174
55	571,869	3,283	57,379
56	573,351	3,317	55,376
57	602,392	2,168	61,563
58	592,789	2,020	61,255
59	570,979	2,907	59,294
60	596,858	3,892	58,338
61	585,173	3,277	57,615
62	576,156	3,536	58,392
63	573,716	2,177	60,000
64	585,424	2,024	56,173
65	578,578	2,987	56,469
66	577,562	2,936	58,838
67	615,276	2,468	62,031
68	619,951	1,959	60,423
69	592,639	1,915	60,489
70	566,669	2,467	57,924
71	604,598	2,634	61,655
72	587,809	2,600	59,283
73	588,089	3,103	57,779
74	615,518	1,602	62,437
75	591,486	4,250	57,264
76	589,070	3,428	56,394
77	619,097	1,586	62,881
78	549,978	3,471	52,561
79	581,776	2,365	61,030

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
80	580,073	2,216	54,802
81	581,856	2,593	56,309
82	604,093	2,078	60,288
83	593,339	2,470	58,187
84	603,169	2,902	63,478
85	525,673	2,318	53,510
86	571,351	2,955	59,672
87	588,041	2,891	60,150
88	526,597	3,114	52,421
89	594,637	2,191	62,438
90	529,796	2,351	53,989
91	526,041	2,595	54,506
92	574,092	2,466	59,930
93	573,196	3,039	56,656
94	601,741	1,963	60,908
95	592,379	2,522	57,750
96	566,765	2,800	60,656
97	591,881	2,877	57,856
98	582,602	2,016	59,913
99	556,853	1,745	57,146
100	535,443	2,341	54,644
101	588,694	2,497	60,619
102	571,255	1,680	54,675
103	538,536	2,403	54,924
104	587,279	2,095	58,148
105	644,003	1,364	62,470
106	607,887	2,096	61,278
107	590,449	3,043	53,580
108	576,336	2,402	60,240
109	576,022	3,703	56,936
110	576,694	3,123	60,010
111	590,019	3,146	58,839
112	614,600	2,267	60,836
113	577,425	2,713	56,198
114	624,368	1,868	60,614
115	587,049	1,670	61,158
116	589,756	2,225	60,519
117	600,297	2,092	59,463
118	569,496	2,406	58,177
119	537,930	3,084	55,723

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztaarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
120	605,359	2,262	62,178
121	581,158	2,670	58,380
122	589,702	2,361	57,070
123	542,953	1,937	56,971
124	571,225	2,569	54,718
125	586,361	2,508	57,006
126	599,419	2,627	57,415
127	579,758	2,651	58,660
128	580,373	2,065	59,982
129	504,032	2,708	49,749
130	600,329	1,891	64,102
131	598,352	1,896	59,693
132	520,632	2,709	53,076
133	576,125	2,331	58,588
134	568,586	2,238	57,509
135	534,189	1,614	53,480
136	596,278	1,777	62,249
137	607,831	1,750	59,790
138	591,081	2,269	61,366
139	591,546	2,712	56,057
140	571,179	2,735	56,993
141	601,951	2,551	61,199
142	603,589	2,744	64,698
143	550,631	2,615	56,959
144	635,016	2,711	61,652
145	538,643	2,723	52,776
146	585,332	2,701	57,574
147	570,825	2,821	53,921
148	600,316	1,667	61,462
149	579,521	2,302	62,622
150	575,839	1,836	57,515
151	633,958	2,209	62,282
152	577,826	2,242	56,257
153	582,244	2,079	57,314
154	621,727	3,102	60,383
155	639,514	2,718	61,807
156	597,959	2,280	55,542
157	562,188	2,138	55,104
158	546,753	1,994	54,835
159	595,642	2,750	56,812

Sorszám	Sűrűség (ρ) $kg \cdot m^{-3}$	Pásztaarány (K) $mm \cdot mm^{-1}$	Nyomószilárdság (σ) MPa
160	586,922	2,362	60,069
161	634,571	2,921	61,267
162	556,205	1,794	57,376
163	573,501	2,334	59,329
164	601,707	1,444	65,069
165	541,464	1,884	54,271
166	509,841	2,945	49,997
167	565,632	2,084	58,882
168	622,481	2,463	61,428
169	594,230	2,016	61,214
170	490,876	1,068	49,267
171	510,669	3,103	52,026
172	609,757	3,721	53,643
173	594,957	1,706	56,879
174	574,971	2,104	59,362
175	595,928	2,835	58,010
176	601,016	1,928	60,952
177	586,304	1,146	62,409
178	517,486	2,505	50,840
179	586,866	4,108	55,019
180	585,471	2,960	56,059
181	585,186	1,223	62,380
182	625,834	2,532	61,490
183	595,335	3,820	56,755
184	592,569	1,271	63,509
185	641,518	2,505	62,216
186	595,453	1,769	63,761
187	505,689	2,152	51,329
188	580,628	2,271	56,949
189	584,342	1,911	59,990
190	579,792	2,509	60,773
191	579,184	2,016	60,300
192	570,805	1,787	59,089
193	594,647	2,288	57,508
194	600,536	1,236	58,837
195	586,029	1,958	59,530
196	586,149	2,035	62,217
197	523,073	3,065	52,909
198	586,896	2,170	54,885
199	588,562	2,693	56,142
200	570,772	2,267	57,270